الأوائل

رياضيات

الصف الأول الإعدادى

الفصل الدراسي الثاني

....

الأستاذ / طارق عبد الجليل

الضرب المتكرر

* يقصد بالضرب المتكرر
تكرار ضرب العدد في نفسه عدد من المرات

فمثلا" $٤×٤×٤ = ٤^{٣}$

* العدد ٤ هو المتكرر يسمى الأساس ، العدد ٣ هو عدد مرات تكرار الضرب و يسمى الأس

بصفة عامة
اذا كان $أ \in ص$ فان
$أ × أ × أ ×$ .... ن من المرات $= أ^{ن}$

قواعد هامة

(١) فى حالة ضرب الأساسات المتشابهة يؤخذ أساس مشترك و نجمع الأسس

$٢^{٣} × ٢^{٤} = ٢^{٧}$

* $أ^{م} × أ^{ن} = أ^{م + ن}$

(٢) في حالة قسمة الأساسات المتشابهة يؤخذ أساس مشترك و نطرح الأسس

$٢^{٧} ÷ ٢^{٣} = ٢^{٤}$

* $أ^{م} ÷ أ^{ن} = أ^{م - ن}$

(٣) في حالة عدم توفر شروط القواعد السابقة يتم الحل بالـفـــــــــك

مثال١

$٢^{٣} + ٢^{٢} = ٢×٢×٢ + ٢×٢ = ٨ + ٤ = ١٢$

مثال٢

$٢^{٣} - ٢^{٢} = ٢×٢×٢ - ٢×٢ = ٨ - ٤ = ٤$

مثال٣

$٤^{٣} × ٢^{٢} = ٤×٤×٤ × ٢×٢ = ٦٤ × ٤ = ٢٥٦$

مثال٤

$٤^{٣} ÷ ٢^{٢} = ٤×٤×٤ ÷ ٢×٢ = ٦٤ ÷ ٤ = ١٦$

(٤) أىعدد صحيح أس صفر = ١ ما عدا الصفر

$٥^{٠} = ١$ ، $(-٣)^{٠} = ١$ ، $-٣^{٠} = -١$

* $أ^{م} ÷ أ^{م} = أ^{م - م} = أ^{٠} = ١$

$(ص - ٥)^{صفر} = ١$ بشرط $ص \neq ٥$
$(ص + ٣)^{صفر} = ١$ بشرط $ص \neq -٣$

(٥) إذا كان الأساس عدداً سالباً مرفوعاً لأس زوجى كان الناتج موجباً

إذا كان الأساس عدداً سالباً مرفوعاً لأس فردى كان الناتج سالباً

$(-٣)^{٢} = ٩$ ، $(-٣)^{٣} = -٢٧$
$-٣^{٢} = -٩$ ، $-٣^{٣} = -٢٧$
$٣^{٣} = ٢٧$

(٦)

(١) $(أب)^{٢} = أ^{٢}ب^{٢}$

(٢) $\left(\frac{س}{ص}\right)^{٢} = \frac{س^{٢}}{ص^{٢}}$

(٣) $(أ^{٣})^{٢} = أ^{٦}$

تدريبـــات

أوجد ناتج ما يأتى

(١) $\left(\frac{٣}{٤}\right)^{٢} = \frac{٩}{١٦}$

(٢) $\left(\frac{-٤}{٥}\right)^{٢} = \frac{١٦}{٢٥}$

(٣) $\left(\frac{-٢}{٣}\right)^{٣} = \frac{-٨}{٢٧}$

(٤) $\left(-٢\frac{١}{٣}\right)^{٢} = \left(\frac{-٧}{٣}\right)^{٢} = \frac{٤٩}{٩}$

(٥) $\left(٢\frac{١}{٤}\right)^{٢} \times \left(-٢\frac{٢}{٣}\right)^{٢}$

$= \left(\frac{٩}{٤}\right)^{٢} \times \left(\frac{-٨}{٣}\right)^{٢}$

$= \frac{٨١}{١٦} \times \frac{٦٤}{٩} = ٣٦$

(٦) $\left(١\frac{٣}{٧}\right)^{٢} \div \left(-٢\frac{١}{٢}\right)^{٣}$

$= \left(\frac{١٠}{٧}\right)^{٢} \div \left(\frac{-٥}{٢}\right)^{٣}$

$= \frac{١٠٠}{٤٩} \div \frac{-١٢٥}{٨}$

$= \frac{١٠٠}{٤٩} \times \frac{٨}{-١٢٥} = \frac{-٣٢}{٢٤٥}$

(٧) $\left(٢\frac{٧}{٩}\right) \div \left(١\frac{٢}{٣}\right)^{٢}$

$= \frac{٢٥}{٩} \div \left(\frac{٥}{٣}\right)^{٢}$

$= \frac{٢٥}{٩} \div \frac{٢٥}{٩}$

$= \frac{٢٥}{٩} \times \frac{٩}{٢٥} = ١$

(٨) $\left(٢س\right)^{٢} \times \frac{١}{س}$

$= ٤س^{٢} \times \frac{١}{س} = \frac{٤س^{٢}}{س} = ٤س$

(٩) $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{٢} \times \frac{ب^{٢}}{جـ}$

$= \frac{أ^{٢}}{ب^{٢}} \times \frac{ب^{٢}}{جـ} = \frac{أ^{٢}}{جـ}$

(١٠) إذا كان $س = \frac{١}{٢}$ ، $ص = \frac{٣}{٤}$

أوجد قيمة $س^{٤} + س^{٢}$

$\left(\frac{١}{٢}\right)^{٤} + \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٢}$

$= \frac{١}{١٦} + \frac{٩}{١٦} = \frac{١٠}{١٦} = \frac{٥}{٨}$

القوى الصحيحة غير السالبة

* $(\frac{\text{س}}{\text{ص}})^{\text{م}} \times (\frac{\text{س}}{\text{ص}})^{\text{ن}} = (\frac{\text{س}}{\text{ص}})^{\text{م+ن}}$

* $(\frac{\text{س}}{\text{ص}})^{\text{م}} \div (\frac{\text{س}}{\text{ص}})^{\text{ن}} = (\frac{\text{س}}{\text{ص}})^{\text{م-ن}}$

تدريبـــات

أوجد ناتج ما يأتى

(١) $(\frac{٣}{٤})^{٢} \times (\frac{٣}{٤})^{٣} = (\frac{٣}{٤})^{٥} = \frac{٢٤٣}{١٠٢٤}$

(٢) $(\frac{٣}{٥})^{٧} \div (\frac{٣}{٥})^{٥} = (\frac{٣}{٥})^{٢} = \frac{٩}{٢٥}$

(٣) $(\frac{-٢}{٣})^{٢} \times (\frac{-٢}{٣})^{٣} = (\frac{-٢}{٣})^{٥} = \frac{-٣٢}{٢٤٣}$

(٤) $(\frac{-٢}{٣})^{٥} \times (\frac{٢}{٣})^{٣} = -(\frac{٢}{٣})^{٢} = \frac{-٤}{٩}$

(٥) $((\frac{٣}{٤})^{٢})^{٣} = (\frac{٣}{٤})^{٦} = \frac{٧٢٩}{١٠٢٤}$

(٦) $((\frac{-٢}{٣})^{٤})^{٢} = (\frac{-٢}{٣})^{٨} = \frac{٢٥٦}{٦٥٦١}$

(٧) $((\frac{-٢}{٥})^{٤})^{\text{صفر}} = (\frac{-٢}{٥})^{\text{صفر}} = ١$

القوى الصحيحة السالبة

أوجد ناتج ما يأتى

(١) $\frac{٢^{-٣}}{٥^{-٢}} = \frac{٥^{٢}}{٢^{٣}} = \frac{٢٥}{٨}$

(٢) $\frac{٧^{-٣}}{٧^{-٢}} = \frac{٧^{٢}}{٧^{٣}} = ٧^{٢-٣} = ٧^{-١} = \frac{١}{٧}$

(٣) $(\frac{٣}{٤})^{-٢} = \frac{٣^{-٢}}{٤^{-٢}} = \frac{٤^{٢}}{٣^{٢}} = (\frac{٤}{٣})^{٢} = \frac{١٦}{٩}$

(٤) $(\frac{٦^{٤}}{٦^{٥}})^{-٢} = (\frac{٦^{٥}}{٦^{٤}})^{٢} = \frac{٦^{١٠}}{٦^{٨}} = ٦^{٢} = ٣٦$

(٥) $٧^{-٢} = \frac{١}{٧^{٢}} = \frac{١}{٤٩}$

(٦) $(\frac{٦^{٤} \times ٦^{-٢}}{٦^{٣}})^{-٢} = (\frac{٦^{٢}}{٦^{٣}})^{-٢} = (\frac{٦^{٣}}{٦^{٢}})^{٢}$
$= \frac{٦^{٦}}{٦^{٤}} = ٦^{٢} = ٣٦$

(٧) $٧ \text{س}^{-١} = \frac{٧}{\text{س}}$

(٨) $٥ \text{س}^{-٢} \text{ص}^{-٣} = \frac{٥}{\text{س}^{٢} \text{ص}^{٣}}$

(٩) $٣ \text{س}^{-٢} \text{ص}^{٤} = \frac{٣ \text{ص}^{٤}}{\text{س}^{٢}}$

(١٠) $(٣^{٢})^{-٢} = ٣^{-٤} = \frac{١}{٣^{٤}} = \frac{١}{٨١}$

الصورة القياسية للعدد النسبى

الصورة القياسية للعدد النسبى

$أ \times ١٠^{ن}$ حيث $١ \leqslant |أ| < ١٠$ ، ن ∈ ص

تدريبـــات

Shift mode72
Shift mode82

أكتب كل من الأعداد الآتية فى الصورة القياسية

(١) ٥٨١٢٠٠٠٠٠٠٠٠ = ٥و٨١٢ × $١٠^{١٠}$

$\boxed{+ ١٠}$

(٢) ٠و٠٠٠٠٠٠٤٢ = ٢و٤ × $١٠^{-٧}$

$\boxed{- ٧}$

(٣) -٠و٠٠٠٠٥٣ = - ٣و٥ × $١٠^{-٥}$

$\boxed{- ٥}$

(٤) ٧٥و٠ × $١٠^{٨}$ = ٥و٧ × $١٠^{٧}$

$\boxed{- ١}$

(٥) ٦٥٠ × $١٠^{-٩}$ = ٥٠و٦ × $١٠^{-٧}$

$\boxed{+ ٢}$

ترتيب إجراء العمليات الرياضية

أولاً إجراء العمليات داخل الأقواس
ثانياً حساب قوى العدد (فك الأسس)
ثالثاً الضرب أو القسمة
رابعاً الجمع أو الطرح

تدريبـــات

إختصر ما يأتى لأبسط صورة

(١) ١٥ - [(٣ × ٦) ÷ ٢] + ١
= ١٥ - [١٨ ÷ ٢] + ١
= ١٥ - ٩ + ١
= ٦ + ١
= ٧

(٢) ٨ ÷ (٨ - ٢ × ٣) + ٣ × ٢
= ٨ ÷ (٨ - ٦) + ٣ × ٢
= ٨ ÷ ٢ + ٣ × ٢
= ٤ + ٣ × ٢
= ٤ + ٦
= ١٠

(٣) ٩ + ٤ × $٣^{٢}$
= ٩ + ٤ × ٩
= ٩ + ٣٦
= ٤٥

(٤) ١٩٦ ÷ $(٧ - ٥)^{٢}$
= ١٩٦ ÷ $٢^{٢}$
= ١٩٦ ÷ ٤
= ٤٩

الجذر التربيعى لعدد نسبى مربع كامل

أولاً: الجذر التربيعى للعدد ٩ تشمل الجذرين الموجب و السالب + $\sqrt{\ }$ ، - $\sqrt{\ }$

أى أن الجذر التربيعى للعدد ٩ = ± $\sqrt{٩}$ = ± ٣

ثانياً :إذا كان س^{٢} = ٩ فإن س = ± $\sqrt{٩}$ = ± ٣

ثالثاً : $\sqrt{٩}$ = ٣

رابعاً : - $\sqrt{٩}$ = -٣

خامساً : $\sqrt{-٩}$ ليس لها معنى

(لا يوجد جذر تربيعى لعدد سالب)

تدريبـــات

(١) $\sqrt{\text{٢٥ س}^{٢}\text{ص}^{٦}}$ = ٥ س ص^{٣}

(٢) $\sqrt{\text{١٦ س}^{٤}\text{ص}^{٨}}$ = ٤ س^{٢}ص^{٤}

(٣) $\sqrt{(-٣)^{٢}}$ = | -٣ | = ٣

(٤) $\sqrt{\frac{٤٩}{٨١}} = \frac{٧}{٩}$

(٥) $\sqrt{٢\frac{٧}{٩}} = \sqrt{\frac{٢٥}{٩}} = \frac{٥}{٣}$

(٦) $\sqrt{٣٦+٦٤}$ = $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠

حل المعادلات فى ن

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية

(١) س – ١ = ٣ حيث س ∈ ط

س – ١ = ٣ بإضافة +١ للطرفين

س – ١ + ١ = ٣ + ١

س = ٤ م.ح فى ط = { ٤ }

---

(٢) س + ٦ = ٢ حيث س ∈ ط

س + ٦ = ٢ بإضافة – ٦ للطرفين

س + ٦ – ٦ = ٢ – ٦

س = – ٤ م.ح فى ط = ∅

---

(٣) ٥س + ٧ = ٢٢ حيث س ∈ ص

٥س + ٧ = ٢٢ بإضافة – ٧ للطرفين

٥س + ٧ – ٧ = ٢٢ – ٧

٥س = ١٥ بقسمة الطرفين على ٥

$\frac{\text{٥س}}{٥} = \frac{١٥}{٥}$

س = ٣

م.ح فى ص = { ٣ }

(٤) ٧س – ٣ = صفر حيث س ∈ ص

٧س – ٣ = صفر بإضافة +٣ للطرفين

٧س – ٣ +٣ = صفر +٣

٧س = ٣ بقسمة الطرفين على ٧

٧س/٧ = ٣/٧ س = ٧/٣

م.ح فى ص = ∅

---

(٥) ٣س + ٤ = ١ حيث س ∈ ن

٣س + ٤ = ١ بإضافة – ٤ للطرفين

٣س + ٤ – ٤ = ١ – ٤

٣س = – ٣ بقسمة الطرفين على ٣

٣س/٣ = –٣/٣ س = – ١

م.ح فى ن = { – ١ }

---

(٦) –٧س –١ = ٢ حيث س ∈ ن

–٧س –١ = ٢ بإضافة +١ للطرفين

–٧س –١ +١ = ٢ +١

–٧س = ٣ بقسمة الطرفين على –٧

٧س/–٧ = ٣/–٧ س = –٣/٧

م.ح فى ن = { –٣/٧ }

(٧) ٥س – ٤ = ٢س +١١ حيث س ∈ ن

٥س – ٤ = ٢س+١١ بإضافة – ٢س للطرفين

٥س – ٤ – ٢س = ٢س+١١ – ٢س

٥س – ٤ = +١١ بإضافة +٤ للطرفين

٥س – ٤+٤ = +١١ +٤

٥س = ١٥ بقسمة الطرفين على ٥

٥س/٥ = ١٥/٥ س = ٣

م.ح فى ن = { ٣ }

---

(٨) ٣(س + ٢) + ٧(س – ١) = ١٩

حيث س ∈ ن

٣س +٦ +٧س – ٧ = ١٩

١٠س – ١ = ١٩ بإضافة +١ للطرفين

١٠س – ١ +١ = ١٩ +١

١٠س = ٢٠ بقسمة الطرفين على ١٠

١٠س/١٠ = ٢٠/١٠

س = ٢

م.ح فى ن = { ٢ }

تطبيقات على حل المعادلات

ملاحظات هامة

تتابع الأعداد الطبيعية هو س ، س +١ ، س +٢ ، س + ٣ ، س + ٤ ، س + ٥ ، وهكذا ....

تتابع الأعداد الزوجية هو س ، س +٢ ، س +٤ ، س + ٦ ، س + ٨ وهكذا ....

تتابع الأعداد الفردية هو س ، س +٢ ، س +٤ ، س + ٦ ، س + ٨ وهكذا ....

العدد س ، ضعفه ٢س ، ثلاثة أمثاله ٣س

---

(١) ثلاثة أعداد زوجية متتالية مجموعها ٩٦٦ أوجد الأعداد

نفرض الأعداد س ، س +٢ ، س +٤

س + س +٢ + س +٤= ٩٦٦

٣س +٦= ٩٦٦ بإضافة ــ ٦ للطرفين

٣س +٦ــ ٦ = ٩٦٦ ــ ٦

٣س = ٩٦٠ بقسمة الطرفين على ٣

$\frac{٣س}{٣} = \frac{٩٦٠}{٣}$ س = ٣٢٠

العدد الأول = س = ٣٢٠

العدد الثانى = س +٢ = ٣٢٠ +٢= ٣٢٢

العدد الثالث = س +٤ = ٣٢٠ +٤= ٣٢٤

(٢) عددان طبيعيان أحدهما ضعف الآخر و مجموعهما ١٠٨ أوجد العددين

نفرض الأعداد س ، ٢س

س + ٢س = ١٠٨

٣س = ١٠٨ بقسمة الطرفين على ٣

$\frac{٣س}{٣} = \frac{١٠٨}{٣}$ س = ٣٦

العدد الأول = س = ٣٦

العدد الثانى = ٢س = ٢× ٣٦ = ٧٢

---

(٣) مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٤م و محيطه ٦٨ م أوجد بعديه

نفرض العرض = س م ، الطول = (س+٤) م

محيط المستطيل = (الطول + العرض) × ٢

(س+٤+ س) × ٢= ٦٨

(٢س+٤) × ٢= ٦٨

٤س +٨= ٦٨ بإضافة ــ ٨ للطرفين

٤س +٨ ــ ٨= ٦٨ ــ ٨

٤س = ٦٠ بقسمة الطرفين على ٤

٤س = ٦٠ بقسمة الطرفين على ٣

$\frac{٤س}{٤} = \frac{٦٠}{٤}$ س = ١٥

العرض = س = ١٥ م

الطول = س +٤ = ١٥ +٤= ١٩ م

حل المتباينات فى ن

أوجد مجموعة حل كل من المتباينات الآتية

(١) س – ١ ≤ ٥ حيث س ∈ ط

س – ١ ≤ ٥ بإضافة +١ للطرفين

س – ١ +١ ≤ ٥+١

س ≤ ٦

م.ح فى ط = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥، ٦}

---

(٢) ٢س +٣ < ٧ حيث س ∈ ص

٢س +٣ < ٧ بإضافة – ٣ للطرفين

٢س +٣ – ٣ < ٧– ٣

٢س < ٤

(٢س)/(٢) < (٤)/(٢)

س < ٢

م.ح فى ص = { ١ ، ٠ ، -١ ، -٢ ، .....}

---

(٣) ٢س – ٥ ≥ ٥ حيث س ∈ ن

٢س – ٥ ≥ ٥ بإضافة +٥ للطرفين

٢س – ٥ +٥ ≥ ٥ +٥

٢س ≥ ١٠ بقسمة الطرفين على ٢

(٢س)/(٢) ≥ (١٠)/(٢)

س ≥ ٥

م.ح فى ن = { س:س ∈ ن ، س ≥ ٥ }

---

(٤) ٧ –٥س ≤ ٢ حيث س ∈ ن

٧ –٥س ≥ ٢ بإضافة –٧ للطرفين

٧ –٥س –٧ ≤ ٢ –٧

–٥س ≥ –٥ بقسمة الطرفين على –٥

(–٥س)/(–٥) ≤ (–٥)/(–٥)

س ≥ ١

م.ح = { س:س ∈ ن ، س ≥ ١ }

---

(٥) ٥ < ٣س – ١ ≤ ١١ حيث س ∈ ن

٥ < ٣س – ١ ≤ ١١

بإضافة +١ لجميع الأطراف

٥+١ < ٣س – ١ +١ ≤ ١١+١

٦ < ٣س ≤ ١٢ بالقسمة على ٣

(٦)/(٣) < (٣س)/(٣) ≤ (١٢)/(٣)

٢ < س ≤ ٤

م.ح فى ن = { س:س ∈ ن ، ٢ < س ≤ ٤ }

الإحتمال

إحتمال وقوع الحدث ᑭ يرمز له بالرمز ل (ᑭ)
عدد عناصر الحدث ᑭ يرمز له بالرمز ن (ᑭ)
عدد عناصر فضاء العينة يرمز له بالرمز ن (ف)

$$ل (ᑭ) = \frac{ن (ᑭ)}{ن (ف)}$$

$$صفر \leqslant ل (ᑭ) \leqslant ١$$

إحتمال وقوع الحدث المستحيل = صفر
إحتمال وقوع الحدث المؤكد = ١

ل (∅) = صفر ، ل (ف) = ١

مجموع جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية = ١

تدريبـــات

١ فى تجربة إلقاء قطعة نقود معدنية مرة واحدة فقط و ملاحظة الوجه العلوى إحسب الإحتمالات الآتية :

(ᑭ) ظهور صورة

ف = {صورة،كتابة} ن (ف) = ٢

الحدث ᑭ = {صورة} ن (ᑭ) = ١

$$ل (ᑭ) = \frac{ن (ᑭ)}{ن (ف)} = \frac{١}{٢} = ٠٫٥ = ٥٠\%$$

(ب) ظهور كتابة

ف = {صورة،كتابة} ن (ف) = ٢

الحدث ᑭ = {صورة} ن (ᑭ) = ١

$$ل (ᑭ) = \frac{ن (ᑭ)}{ن (ف)} = \frac{١}{٢} = ٠٫٥ = ٥٠\%$$

٢ فى تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة فقط و ملاحظة الوجه العلوى إحسب الإحتمالات الآتية :

(١) ظهور عدد زوجى
{٢، ٤، ٦} $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

(٢) ظهور عدد فردى
{١، ٣، ٥} $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

(٣) ظهور عدد أولى
{٢، ٣، ٥} $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

(٤) ظهور عدد أقل من ٤
{١، ٢، ٣} $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

(٥) ظهور عدد أولى زوجى
{٢} $\frac{١}{٦}$

(٦) ظهور عدد أولى فردى
{٣، ٥} $\frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

(٧) ظهور عدد يقبل القسمة على ٣
{٣، ٦} $\frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

(٨) ظهور العدد ٥
{٥} $\frac{١}{٦}$

(٩) ظهور عدد أكبر من ٦
∅ $\frac{صفر}{٦} = صفر$

(١٠) ظهورعدد صحيح يحقق المتباينة صفر $<$ س $<$ ٧
{١،٢،٣، ٤، ٥، ٦} $\frac{٦}{٦} = ١$

٣

صندوق يحتوى ٢٠ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٢٠ عند سحب بطاقة عشوائياً إحسب الإحتمالات الآتية :

(١) ظهور عدد زوجى

{٢، ٤، ٦، ٨، ١٠، ١٢، ١٤، ١٦، ١٨، ٢٠}

$\frac{١٠}{٢٠} = \frac{١}{٢}$

(٢) ظهور عدد فردى

{١، ٣، ٥، ٧، ٩، ١١، ١٣، ١٥، ١٧، ١٩}

$\frac{١٠}{٢٠} = \frac{١}{٢}$

(٣) ظهور عدد أولى

{٢، ٣، ٥، ٧، ١١، ١٣، ١٧، ١٩}

$\frac{٨}{٢٠} = \frac{٢}{٥}$

(٤) ظهور عدد يقبل القسمة على ٥

{٥، ١٠، ١٥، ٢٠}

$\frac{٤}{٢٠} = \frac{١}{٥}$

(٥) ظهور مضاعفات العدد ٤

{٤، ٨، ١٢، ١٦، ٢٠}

$\frac{٥}{٢٠} = \frac{١}{٤}$

٤

صندوق يحتوى ٦ كرات حمراء ، ٥ كرات صفراء ، ٤ كرات خضراء عند سحب كرة واحدة عشوائياً إحسب الإحتمالات الآتية :

(١) ظهور كرة حمراء $\frac{٦}{١٥} = \frac{٢}{٥}$

(٢) ظهور كرة زرقاء $\frac{\text{صفر}}{١٥} = \text{صفر}$

(٣) ظهور كرة خضراء $\frac{٤}{١٥}$

(٤) ظهور حمراء أو صفراء

$\frac{٦+٥}{١٥} = \frac{١١}{١٥}$

٥

فصل به ٤٥ تلميذاً منهم ٢٠ ولداً عند اختيارتلميذ عشوائياً فما احتمال أن يكون

(١) التلميذ المختار ولداً $\frac{٢٠}{٤٥} = \frac{٤}{٩}$

(٢) التلميذ المختار بنتاً

عدد البنات = ٤٥ – ٢٠ = ٢٥ بنتاً

$\frac{٢٥}{٤٥} = \frac{٥}{٩}$

٦

فصل به ٥٠ تلميذاً فإذا كان احتمال نجاح هؤلاء التلاميذ هو ٨و٠ احسب

(١)عدد التلاميذ المتوقع نجاحهم

عدد التلاميذ المتوقع نجاحهم =

٨و٠×٥٠=٤٠تلميذاً

(٢)عدد التلاميذ المتوقع رسوبهم

عدد التلاميذ المتوقع رسوبهم =

٢و٠×٥٠=١٠تلاميذ

٧

(١) إذا كان احتمال نجاح تلميذ $\frac{٥}{٨}$فان احتمال رسوبه = ...

١ - $\frac{٥}{٨} = \frac{٣}{٨}$

(٢) إذا كان احتمال أن تمطر غداً ٦و٠ فان احتمال ألا تمطر = ...

١- ٦و٠ = ٤و٠

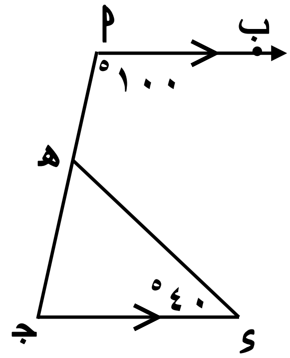
(٣) إذا كان احتمال أن يذهب عمر إلى المدرسة غداً ٨٥% فان احتمال ألا يذهب = ...

١٠٠% - ٨٥% =١٥%

(١) فى الشكل المقابل

أب // جـ ء ، ق(∠أ) = ١٠٠°، ق(∠ء) = ٤٠°

أوجد ق(∠أهـ ء)



∵ أب // جـ ء ، أجـ قاطع لهما

∴ ق(∠أ) + ق(∠جـ) = ١٨٠°

لأنهما داخلتان فى جهة واحدة من القاطع

∴ ق(∠جـ) = ١٨٠° - ١٠٠° = ٨٠°

فى Δ ء هـ جـ

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

∴ ق(∠هـ) = ١٨٠° - (٨٠° + ٤٠°) = ٦٠°

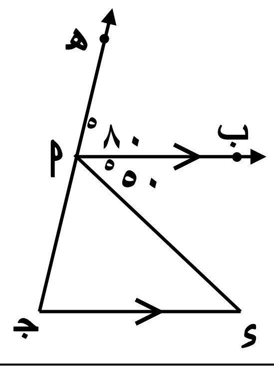
∵ هـ ∈ أجـ

∴ ق(∠أهـ ء) = ١٨٠° - ٦٠° = ١٢٠°

---

(٢) فى الشكل المقابل

أب // جـ ء ، ق(∠ب أ هـ) = ٨٠°، ق(∠ب أ ء) = ٥٠° أوجد ق(∠ء) ، (∠جـ)



∵ أب // جـ ء ، جـ هـ قاطع لهما

∴ ق(∠ء) = ق(∠ب أ ء) = ٥٠° بالتبادل

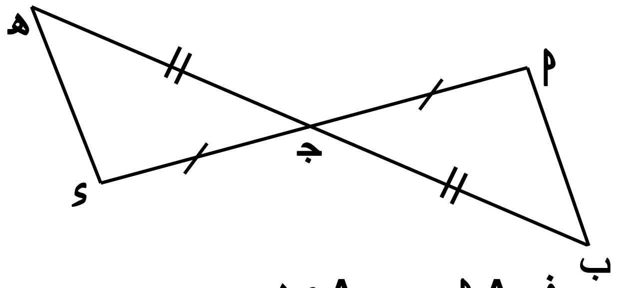
∵ أب // جـ ء ، جـ هـ قاطع لهما

∴ ق(∠جـ) = ق(∠ب أ هـ) = ٧٠° بالتناظر

---

(٣) فى الشكل المقابل

أجـ = ء جـ ، ب جـ = هـ جـ اثبت أن أب // هـ ء



فى Δ أب جـ ، Δ ء هـ جـ

فيهما:
- **أجـ = ء جـ**
- **ب جـ = هـ جـ**
- **ق(∠أجـ ب) = ق(∠ء جـ هـ) بالتقابل بالرأس**

∴ يتطابق المثلثان و ينتج أن

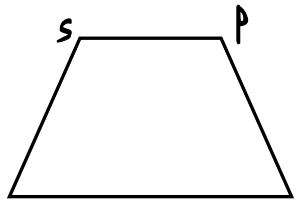
ق(∠هـ) = ق(∠ب) وهما فى وضع تبادل

∴ أب // هـ ء

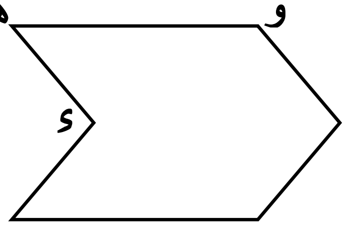
المضلع

<u>المضلع</u> هو خط بسيط مغلق يتكون من إتحاد عدة قطع مستقيمة تسمى أضلاع المضلع

<u>المضلع المحدب</u> هو مضلع جميع زواياه الداخلة إما حادة أو قائمة أو منفرجة ولا توجد به زاوية منعكسة

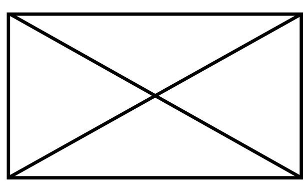


<u>المضلع المقعر</u> هو مضلع توجد به زاوية منعكسة على الأقل



<u>ضلع المضلع</u> هو قطعة مستقيمة واصلة بين رأسين متتاليتين فى المضلع

<u>قطر المضلع</u> هو قطعة مستقيمة واصلة بين رأسين غيرمتتاليتين فى المضلع



<u>علاقات هامة</u>

(١) محيط أى مضلع = مجموع أطوال أضلاعه

(٢) المضلع المنتظم هو مضلع جميع أضلاعه متساوية فى الطول و جميع زواياه متساوية فى القياس

(٣) عدد أقطار المضلع = $\frac{\text{ن (ن – ٣)}}{\text{٢}}$

(٤) مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه ن = (ن – ٢) × ١٨٠°

(٥) قياس كل زاوية داخلة لمضلع منتظم عدد أضلاعه ن = $\frac{\text{(ن – ٢) × ١٨٠°}}{\text{ن}}$

(٦) عدد أضلاع مضلع منتظم = $\frac{\text{٣٦٠°}}{\text{١٨٠° – س°}}$

(٧) مجموع قياسات الزوايا الخارجة لأى مضلع = ٣٦٠°

(٨) قياس الزاوية الخارجة عن المضلع المنتظم = ١٨٠° – قياس الزاوية الداخلة

(٩) قياس الزاوية الخارجة عن المثلث متساوى الأضلاع = ١٨٠° – ٦٠° = ١٢٠°

(١٠) المضلع الذى ليس له أقطار هو المثلث

(١١)المضلع الرباعى المنتظم هو المربع

(١٢) المضلع الثلاثى المنتظم هو المثلث متساوى الأضلاع

تدريبات

(١) إحسب مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل السداسى

مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع

= (ن – ٢) × ١٨٠°

= (٦ – ٢) × ١٨٠° = ٧٢٠°

---

(٢) إحسب مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى

مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع

= (ن – ٢) × ١٨٠°

= (٤ – ٢) × ١٨٠° = ٣٦٠°

(٣) إحسب قياس الزاوية الداخلة للشكل الخماسى المنتظم

= (ن – ٢) × ١٨٠° ÷ ن

= (٥ – ٢) × ١٨٠° ÷ ٥ = ١٠٨°

---

(٤) إحسب عدد أقطار الشكل السداسى

= ن (ن – ٣) ÷ ٢ = ٦ (٦ – ٣) ÷ ٢ = ٩

---

(٥) إحسب عدد أضلاع مضلع منتظم قياس إحدى زواياه ١٠٨°

= ٣٦٠° ÷ (١٨٠° – س°) = ٣٦٠° ÷ (١٨٠° – ١٠٨°) = ٥

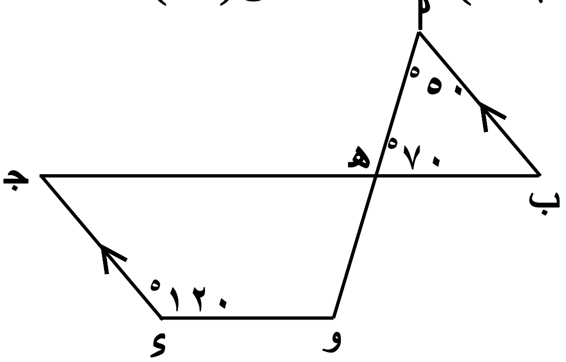
---

(٦) إحسب محيط مضلع ثمانى منتظم طول ضلعه ٣ سم

المحيط = ٨ × ٣ = ٢٤ سم

(٧) فى الشكل المقابل

أب // جـ ء ، ق(∠ جـ ء و) = ١٢٠° ، ق(∠ أ) = ٥٠° ، ق(∠ أ هـ ب) = ٧٠° أوجد ق(∠ و)



فى Δ أ ب هـ

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

∴ ق(∠ ب) = ١٨٠° - (٧٠° + ٥٠°) = ٦٠°

∵ ق(∠ أ هـ ب) = ق(∠ و هـ جـ) = ٧٠°

بالتقابل بالرأس

∵ أب // جـ ء ، ب جـ قاطع لهما

∴ ق(∠ ب) = ق(∠ جـ) = ٦٠° بالتبادل

فى الشكل الرباعى هـ و ء جـ

∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى = ٣٦٠°

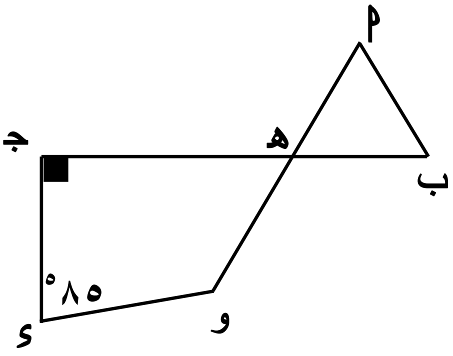
∴ ق(∠ و) =

٣٦٠° - (٧٠° + ٦٠° + ١٢٠°) = ١١٠°

(٨) فى الشكل المقابل

Δ ﻡ ب هـ متساوى الأضلاع ،ق(∠ جـ)= ٩٠°

،ق(∠ ى)= ٨٥° أوجد ق(∠ و)



∵ Δ ﻡ ب هـ متساوى الأضلاع

∴ قياس كل زاوية من زواياه الداخلة = ٦٠°

∴ ق(∠ ﻡ هـ ب) = ٦٠°

∵ق(∠ ﻡ هـ ب) = ق(∠ و هـ جـ)= ٦٠°
بالتقابل بالرأس

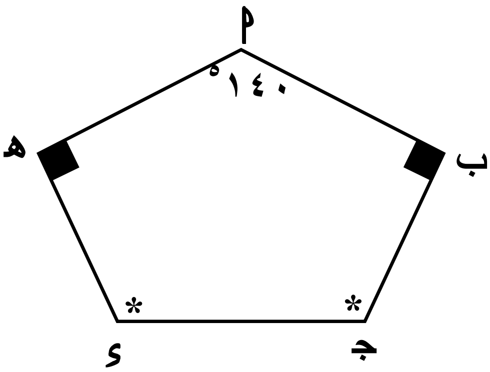
فى الشكل الرباعى هـ و ى جـ
∵مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى
= ٣٦٠°
∴ق(∠ و) =
٣٦٠°- (٩٠° +٦٠°+٨٥°)= ١٢٥°

(٩) فى الشكل المقابل

ﻡ ب جـ ى هـ شكل خماسى فيه

ق(∠ ب) = ق(∠ هـ)= ٩٠° ، ق(∠ جـ)= ١٤٠°

ق(∠ جـ) =ق(∠ ى) أوجد ق(∠ جـ)



فى الشكل الخماسى ﻡ ب جـ ى هـ

∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع الخماسى
= (ن – ٢) × ١٨٠°
= (٥ – ٢) × ١٨٠° = ٥٤٠°

∴ق(∠ جـ) + ق(∠ ى) =
٥٤٠°- (٩٠° +٩٠°+١٤٠°)= ٢٢٠°

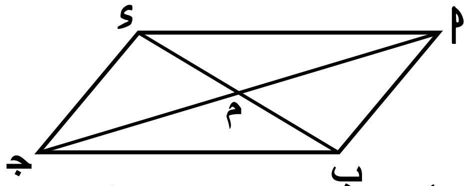
∵ ق(∠ جـ) = ق(∠ ى)

∴ق(∠ جـ) = ٢٢٠° ÷ ٢ = ١١٠°

متوازى الأضلاع

خواص الأشكال الرباعية

أولاً



متوازى الأضلاع هو شكل رباعى فيه

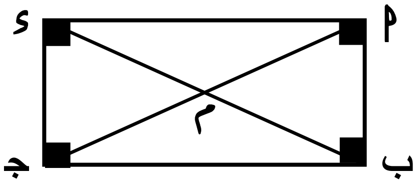
(١) كل ضلعين متقابلين متوازيان ومتساويان فى الطول

(٢) كل زاويتين متقابلتين متساويتان فى القياس

(٣) كل زاويتين متتاليتين متكاملتان مجموع قياسيهما = ١٨٠°

(٤) القطران ينصف كلا منهما الآخر

ثانياً



المستطيل هوشكل رباعى فيه

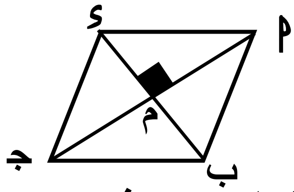
(١)كل ضلعين متقابلين متوازيان ومتساويان فى الطول

(٢) زواياه جميعاً متساوية و قوائم

(٣)كل زاويتين متتاليتين متكاملتان مجموع قياسيهما = ١٨٠°

(٤)القطران ينصف كلا منهما الآخر ومتساويان فى الطول و غير متعامدان

ثالثاً



المعين هو شكل رباعى فيه

(١)كل ضلعين متقابلين متوازيان

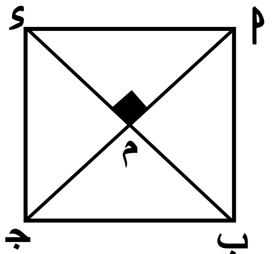
(٢)أضلاعه جميعاً متساوية فى الطول

(٣)كل زاويتين متقابلتين متساويتان فى القياس

(٤) كل زاويتين متتاليتين متكاملتان مجموع قياسيهما = ١٨٠°

(٥)القطران ينصف كلا منهما الآخر و متعامدان و غير متساويان و كل قطر ينصف زاويتى الرأس الخارج منهما

رابعاً



المربع هو شكل رباعى فيه

(١)كل ضلعين متقابلين متوازيان

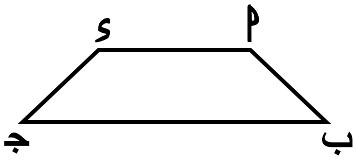
(٢)أضلاعه جميعاً متساوية فى الطول

(٣)زواياه جميعاً متساوية و قوائم

(٤)كل زاويتين متتاليتين متكاملتان مجموع قياسيهما = ١٨٠°

(٥)القطران ينصف كلا منهما الآخر و متعامدان و متساويان و كل قطر ينصف زاويتى الرأس الخارج منهما

خامساً



شبه المنحرف هو شكل رباعى فيه ضلعان متقابلان متوازيان و غير متساويان

(١)**أكمل ما يأتى :**

(١) متوازى أضلاع قطراه متساويان يكون.......... مستطيل

(٢) متوازى أضلاع إحدى زواياه قائمة يكون.......... مستطيل

(٣) متوازى أضلاع قطراه متعامدان يكون.......... معين

(٤) متوازى أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان يكون.......... معين

(٥) متوازى أضلاع قطراه متساويان ومتعامدان يكون.......... مربع

(٦) متوازى أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان و إحدى زواياه قائمة يكون.......... مربع

(٧) متوازى أضلاع قطراه متساويان و فيه ضلعان متجاوران متساويان يكون.......... مربع

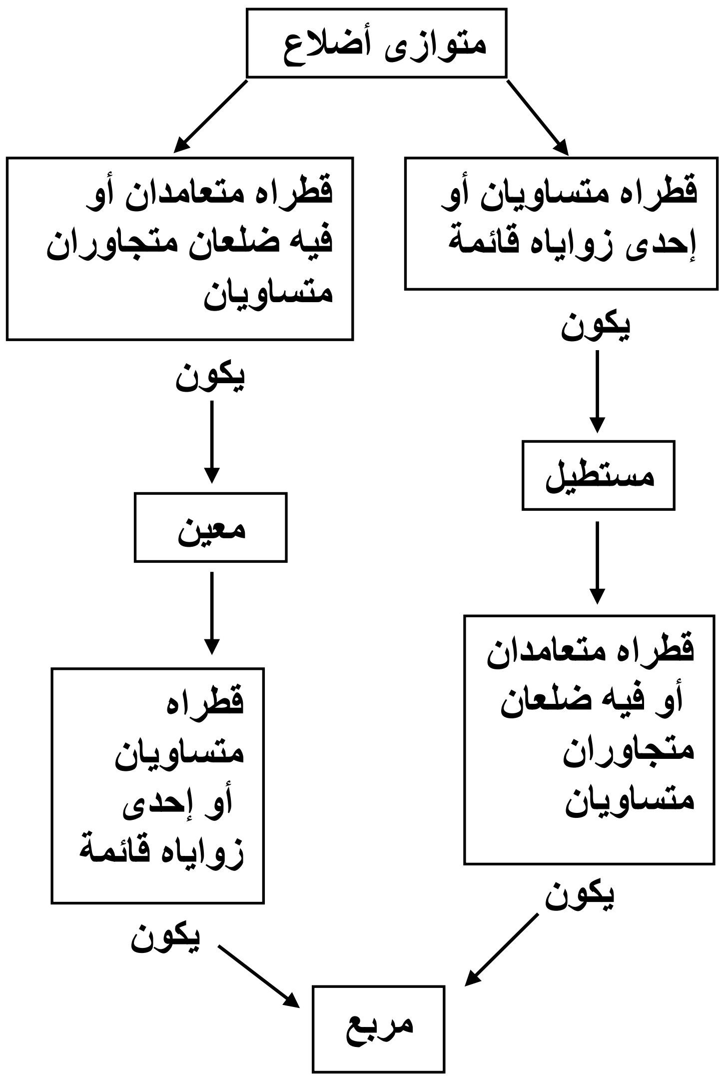
(٨) متوازى أضلاع قطراه ومتعامدان و إحدى زواياه قائمة يكون.......... مربع

(٩) مستطيل قطراه متعامدان يكون.......... مربع

(١٠) مستطيل فيه ضلعان متجاوران متساويان يكون.......... مربع

(١١) معين قطراه متساويان يكون.......... مربع

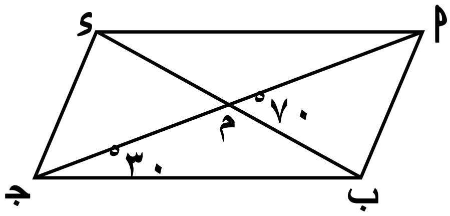
(١٢) معين إحدى زواياه قائمة يكون.......... مربع



تدريبات

(١) فى الشكل المقابل

ﻡ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه ﻡ ء = ٨ سم
، ب ء = ١٠ سم ، ﻡ جـ = ١٢سم
، ق(∠ﻡ جـ ب) = ٣٠° ، ق(∠ﻡ م ب) = ٧٠°
أوجد ق(∠ﻡ ء ب) و محيط Δ ﻡ م ء



∵ م ∈ ﻡجـ
∴ ق(∠ب م جـ) = ١٨٠° - ٧٠° = ١١٠°

فى Δ ب م جـ
∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°
∴ ق(∠م ب جـ) = ١٨٠° - (١١٠° + ٣٠°) = ٤٠°

∵ ﻡ ب جـ ء متوازى أضلاع
∴ ﻡء // ب جـ
∴ ق(∠ﻡ ء ب) = ق(∠ء ب جـ) = ٤٠° بالتبادل م١

∵ ﻡ ب جـ ء متوازى أضلاع
∴ القطران ينصف كلاً منهما الآخر

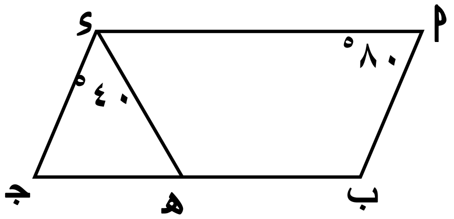
∵ ب ء = ١٠ سم
∴ م ء = ١٠ ÷ ٢ = ٥ سم

∵ ﻡ جـ = ١٢ سم
∴ ﻡ م = ١٢ ÷ ٢ = ٦ سم

∴ محيط Δ ﻡ م ء = ٨ + ٦ + ٥ = ١٩ سم م٢

(٢) فى الشكل المقابل

ﻡ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه
ق(∠ﻡ) = ٨٠° ، ق(∠هـ ء جـ) = ٤٠°
أوجد ق(∠ﻡ ء هـ) ، ق(∠ء هـ ب) ، ق(∠جـ)



∵ ﻡ ب جـ ء متوازى أضلاع
∴ ق(∠ﻡ) + ق(∠ﻡ ء جـ) = ١٨٠°
زاويتان متتاليتان متكاملتان
∴ ق(∠ﻡ ء هـ) = ١٨٠° - (٨٠° + ٤٠°) = ٦٠° م١

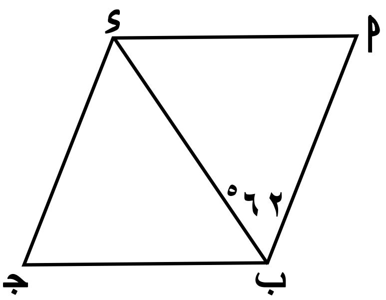
∵ ﻡ ب جـ ء متوازى أضلاع
∴ ﻡء // ب جـ
∴ ق(∠ﻡ ء هـ) + ق(∠ء هـ ب) = ١٨٠°
لأنهما داخلتان فى جهة واحدة من القاطع
∴ ق(∠ء هـ ب) = ١٨٠° - ٦٠° = ١٢٠° م٢

∵ ﻡ ب جـ ء متوازى أضلاع
∴ ق(∠جـ) = ق(∠ﻡ) = ٨٠° م٣
زاويتان متقابلتان متساويتان فى القياس

(٣) فى الشكل المقابل

م ب جـ ى معين فيه

، ق(∠ م ب ى) = ٦٢° أوجد ق(∠ م)



∵ م ب جـ ى معين

∴ كل قطر ينصف زاويتى الرأس الخارج منهما

∴ ق(∠ م ب ى) = ق(∠ ى ب جـ) = ٦٢°

∴ ق(∠ م ب جـ) = ٦٢° + ٦٢° = ١٢٤°

∵ م ب جـ ى معين

∴ ق(∠ م) + ق(∠ م ب جـ) = ١٨٠°

زاويتان متتاليتان متكاملتان

∴ ق(∠ م) = ١٨٠° - ١٢٤° = ٥٦°

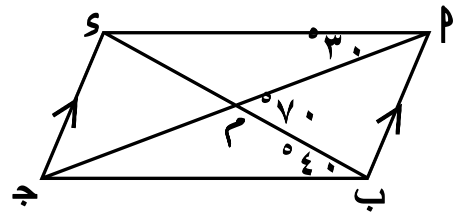
(٤) فى الشكل المقابل

م ب جـ ى شكل رباعى فيه $\overline{\text{م ب}}$ // $\overline{\text{جـ ى}}$ ،

، ق(∠ ى م جـ) = ٣٠° ، ق(∠ م م ب) = ٧٠°

، ق(∠ ى ب جـ) = ٤٠°

اثبت أن الشكل م ب جـ ى متوازى أضلاع



∵ م ∈ $\overline{\text{م جـ}}$

∴ ق(∠ ب م جـ) = ١٨٠° - ٧٠° = ١١٠°

فى Δ ب م جـ

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

∴ ق(∠ م جـ ب) = ١٨٠° - (١١٠° + ٤٠°) = ٣٠°

∴ ق(∠ ى م جـ) = ق(∠ م جـ ب) = ٣٠°

و هما فى وضع تبادل

∴ $\overline{\text{م ى}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

، ∵ $\overline{\text{م ب}}$ // $\overline{\text{جـ ى}}$

∴ الشكل م ب جـ ى متوازى أضلاع

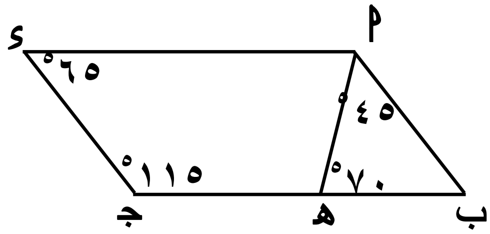
(٥) فى الشكل المقابل

أ ب جـ ء شكل رباعى فيه

، ق(∠ب أ هـ) = ٤٥° ، ق(∠أ هـ ب) = ٧٠°

، ق(∠ء) = ٦٥° ، ق(∠جـ) = ١١٥°

اثبت أن الشكل أ ب جـ ء متوازى أضلاع



فى Δ أ ب هـ

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

∴ ق(∠ب) = ١٨٠° - (٤٥°+٧٠°) = ٦٥°

∵ هـ ∈ ب جـ

∴ ق(∠أ هـ جـ) = ١٨٠° - ٧٠° = ١١٠°

فى الشكل الرباعى أ هـ جـ ء

∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى = ٣٦٠°

∴ ق(∠هـ أ ء) =

٣٦٠° - (١١٠° + ١١٥° + ٦٥°) = ٧٠°

∴ ق(∠ب أ ء) = ٤٥° + ٧٠° = ١١٥°

∴ ق(∠أ) = ق(∠جـ) = ١١٥°

، ق(∠ب) = ق(∠ء) = ٦٥°

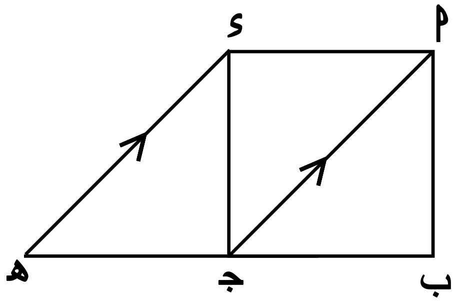
∴ الشكل أ ب جـ ء متوازى أضلاع

(٦) فى الشكل المقابل

أ ب جـ ء مربع ، أ جـ // ء هـ ، هـ ∈ ب جـ

اثبت أن الشكل أ ب جـ ء متوازى أضلاع

، أوجد ق(∠أ جـ هـ)



∵ أ ب جـ ء مربع

∴ أ ء // ب جـ

، هـ ∈ ب جـ ∴ أ ء // جـ هـ

، ∵ أ جـ // ء هـ

∴ الشكل أ ب جـ ء متوازى أضلاع

∵ أ ب جـ ء مربع

∴ ق(∠ء جـ ب) = ٩٠°

∵ القطر ينصف زاويتى الرأس الخارج منهما

∴ ق(∠أ جـ ء) = ٤٥°

∵ جـ ∈ ب هـ

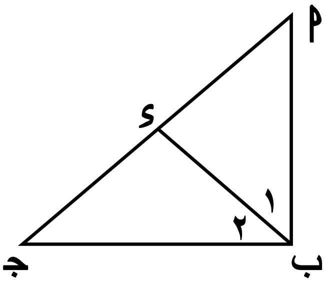
∴ ق(∠ء جـ هـ) = ١٨٠° - ٩٠° = ٩٠°

∴ ق(∠أ جـ هـ) = ٤٥° + ٩٠° = ١٣٥°

المثلث

نظرية ١ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث = ١٨٠°

(١) فى الشكل المقابل Δ ؟ ب جـ فيه
ق(∠ ١) = ق(∠ ؟) ، ق(∠ ٢) = ق(∠ جـ)
اثبت أن ق(∠؟ب جـ) قائمة



∵ ق(∠ ١) = ق(∠ ؟)
∵ ق(∠ ٢) = ق(∠ جـ) بالجمع
∴ ق(∠ ١) + ق(∠ ٢) = ق(∠ ؟) + ق(∠ جـ)

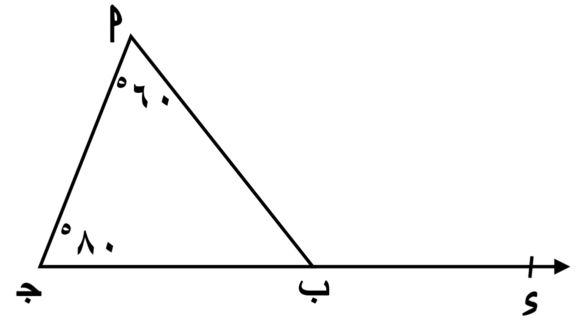
∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°
∴ ق(∠؟ب جـ) = ق(∠ ؟) + ق(∠ جـ)
= ١٨٠° ÷ ٢ = ٩٠°
∴ ق(∠؟ب جـ) قائمة

ملاحظات هامة فى Δ ؟ ب جـ
(١) إذا كان ق(∠ ؟) = ق(∠ ب) + ق(∠ جـ)
فإن (∠ ؟) قائمة

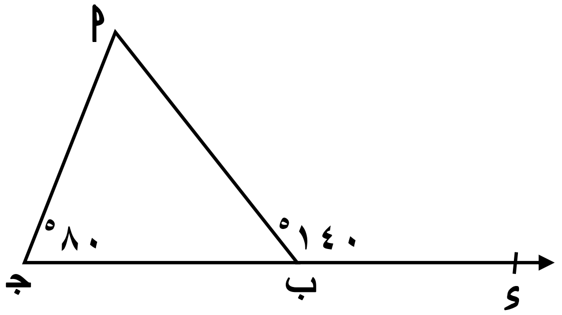
(١) إذا كان ق(∠ ؟) > ق(∠ ب) + ق(∠ جـ)
فإن (∠ ؟) منفرجة

(١) إذا كان ق(∠ ؟) < ق(∠ ب) + ق(∠ جـ)
فإن (∠ ؟) حادة

قياس الزاوية الخارجة عن المثلث = مجموع قياس الزاويتين الداخلتين عدا المجاورة لها



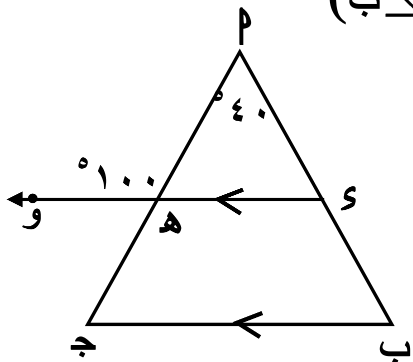
(∠؟ب ء) خارجة عن المثلث ؟ب جـ
ق (∠؟ب ء) = ق (∠ ؟) + ق (∠ جـ)
ق (∠؟ب ء) = ٦٠° + ٨٠° = ١٤٠°



(∠؟ب ء) خارجة عن المثلث ؟ب جـ
ق (∠ ؟) = ق (∠؟ب ء) – ق (∠ جـ)
ق (∠ ؟) = ١٤٠° – ٨٠° = ٦٠°

(١) فى الشكل المقابل Δ ﻡ ب جـ فيه ءو ⃖ // ب جـ، ق(∠ ﻡ) = ٤٠°، ق(∠ﻡهـو) = ١٠٠°

أوجد ق(∠ب)



∵ (∠ﻡهـو) خارجة عن المثلث ﻡ ءهـ

∴ ق (∠ ﻡ ءهـ) = ق (∠ﻡهـو) − ق (∠ ﻡ)

∴ ق (∠ ﻡ ءهـ) = ١٠٠° − ٤٠° = ٦٠°

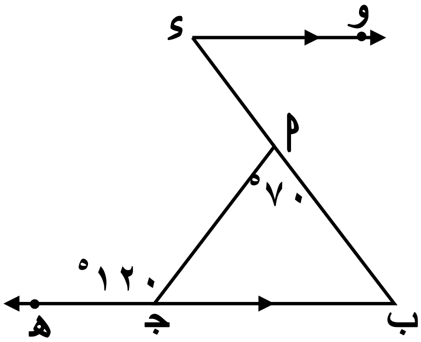
∵ ءو // ب جـ ، ﻡب قاطع لهما

∴ ق(∠ب) = ق(∠ ﻡ ءهـ) = ٦٠° بالتناظر

---

(٢) فى الشكل المقابل ق (∠ ﻡجـهـ) = ١٢٠°، ق (∠ب ﻡجـ) = ٧٠°، ءو ⃖ // ب جـ ⃖

أوجد ق(∠ ء)



∵ (∠ ﻡجـهـ) خارجة عن المثلث ﻡ ب جـ

∴ ق (∠ب) = ق (∠ ﻡجـهـ) − ق (∠ب ﻡجـ)

∴ ق (∠ب) = ١٢٠° − ٧٠° = ٥٠°

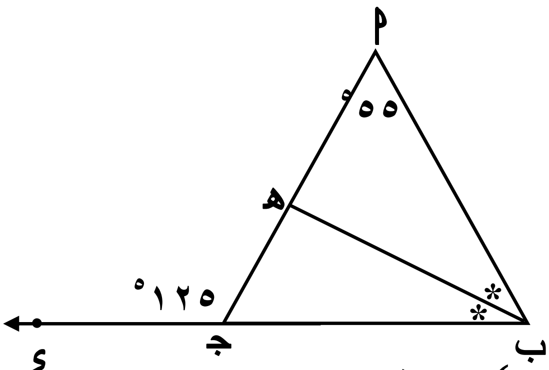
∵ ءو // ب جـ ، ءب قاطع لهما

∴ ق(∠ ء) = ق(∠ب) = ٥٠° بالتبادل

(٣) فى الشكل المقابل Δ ﻡ ب جـ فيه ب هـ ⃖ ينصف (∠ ﻡ ب جـ)

، ق(∠ ﻡ) = ٥٥°، ق(∠ﻡجـ ء) = ١٢٥°

أوجد ق(∠ﻡ ب جـ)، ق(∠ب هـ جـ)



∵ (∠ﻡجـ ء) خارجة عن المثلث ﻡ ب جـ

∴ ق (∠ ﻡ ب جـ) = ق (∠ﻡجـ ء) − ق (∠ ﻡ)

∴ ق (∠ ﻡ ب جـ) = ١٢٥° − ٥٥° = ٧٠° م١

∵ ب هـ ⃖ ينصف (∠ ﻡ ب جـ)

∴ ق(∠هـ ب جـ) = ٧٠° ÷ ٢ = ٣٥°

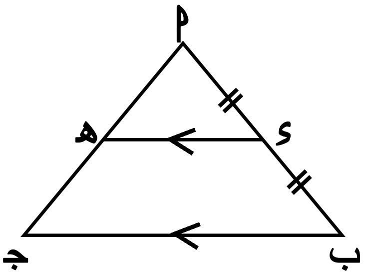
∵ (∠ﻡجـ ء) خارجة عن المثلث ب هـ جـ

∴ ق (∠ب هـ جـ)

= ق (∠ﻡجـ ء) − ق (∠ هـ ب جـ)

∴ ق (∠ب هـ جـ) = ١٢٥° − ٣٥° = ٩٠° م٢

نظرية ٢ الشعاع المرسوم من منتصف ضلع فى مثلث موازياً أحد الضلعين الآخرين ينصف الضلع الثالث



فى Δ ﻡ ب جـ

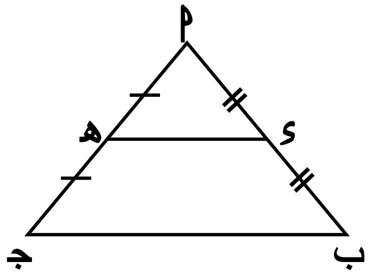
∵ ءهـ مرسوم من منتصف ﻡب

∵ ءهـ // ب جـ

∴ ءهـ ينصف ﻡجـ

نتيجة القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين فى مثلث توازى الضلع الثالث

نظرية ٣ طول القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين فى مثلث يساوى نصف طول الضلع الثالث



فى Δ ﻡ ب جـ

∵ ءهـ مرسوم من منتصفى ﻡب ، ﻡجـ

∴ ءهـ // ب جـ

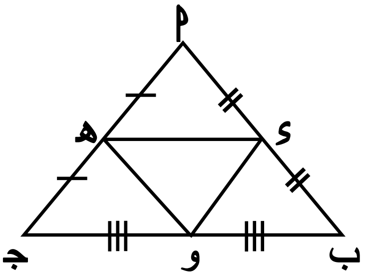
∴ ءهـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ

(١) فى الشكل المقابل

ء ،هـ ، و منتصفات ﻡب ، ﻡجـ ، ب جـ على الترتيب

ﻡب = ٦ سم ، ﻡجـ = ٥ سم ، ب جـ = ٧ سم

احسب محيط Δ ء هـ و



فى Δ ﻡ ب جـ

∵ ءهـ مرسوم من منتصفى ﻡب ، ﻡجـ

∴ ءهـ // ب جـ

∴ ءهـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ = ٧ ÷ ٢ = ٣و٥ سم

فى Δ ﻡ ب جـ

∵ ءو مرسوم من منتصفى ﻡب ، ب جـ

∴ ءو // ﻡجـ

∴ ءو = $\frac{1}{2}$ ﻡجـ = ٥ ÷ ٢ = ٢و٥ سم

فى Δ ﻡ ب جـ

∵ هـو مرسوم من منتصفى ﻡجـ ، ب جـ

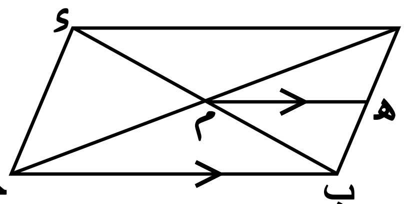
∴ هـو // ﻡب

∴ هـو = $\frac{1}{2}$ ﻡب = ٦ ÷ ٢ = ٣ سم

محيط Δ ء هـ و = مجموع أطوال أضلاعه

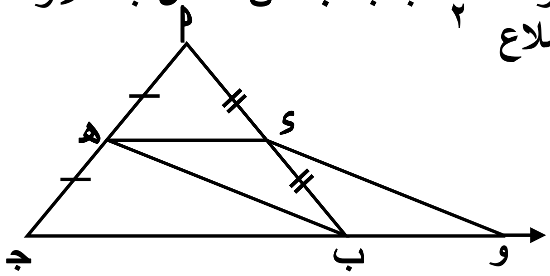
= ٣و٥ + ٢و٥ + ٣ = ٩ سم

(٢) فى الشكل المقابل ٩ ب ج ى متوازى أضلاع
، م هـ // ب ج اثبت أن هـ منتصف ٩ ب



∵ ٩ ب ج ى متوازى أضلاع
∴ القطران ينصف كلاً منهما الآخر
∴ م منتصف ٩ ج
فى Δ ٩ ب ج
∵ م هـ مرسوم من منتصف ٩ ج
∵ م هـ // ب ج
∴ م هـ ينصف ٩ ب
∴ هـ منتصف ٩ ب

(٣) فى الشكل المقابل ى ، هـ منتصفات ٩ ب ، ٩ ج
ب و = $\frac{١}{٢}$ ب ج اثبت أن الشكل ب هـ ى و متوازى أضلاع



فى Δ ٩ ب ج
∵ ى هـ مرسوم من منتصفى ٩ ب ، ٩ ج
∴ ى هـ // ب ج
∴ ى هـ = $\frac{١}{٢}$ ب ج

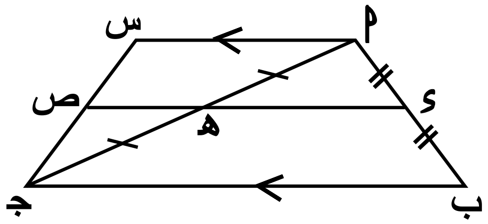
، ∵ و ∈ جب ∴ ى هـ // ب و $\boxed{١}$

، ∵ ب و = $\frac{١}{٢}$ ب ج ∴ ى هـ = ب و $\boxed{٢}$

من ١ ، ٢ ∴ الشكل ب هـ ى و متوازى أضلاع

(٤) فى الشكل المقابل

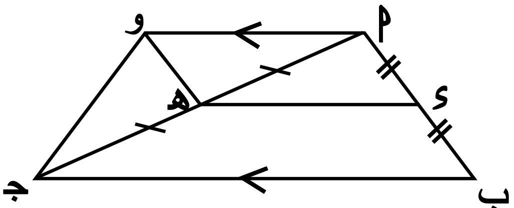
٩ س // ب ج
، ى ، هـ منتصفات ٩ ب ، ٩ ج على الترتيب
اثبت أن ص منتصف س ج



فى Δ ٩ ب ج
∵ ى هـ مرسوم من منتصفى ٩ ب ، ٩ ج
∴ ى هـ // ب ج
، ∵ هـ ∈ ى ص ∴ هـ ص // ب ج
، ∵ ٩ س // ب ج ∴ هـ ص // ٩ س

فى Δ ٩ س ج
∵ هـ ص مرسوم من منتصف ٩ ج
∵ هـ ص // ٩ س
∴ هـ ص ينصف س ج
∴ ص منتصف س ج

(٥) فى الشكل المقابل ء ،هـ منتصفات أب ، أجـ
أو = ١/٢ ب جـ ، أو // ب جـ
اثبت أن الشكل أءهـ و متوازى أضلاع



فى Δ أ ب جـ

∵ ءهـ مرسوم من منتصفى أب ، أجـ

∴ ءهـ // ب جـ

∴ ءهـ = ١/٢ ب جـ

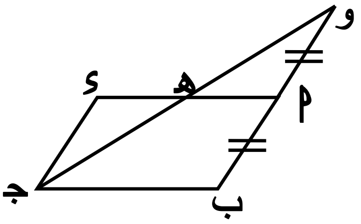
، ∵ أو // ب جـ ∴ ءهـ // أو (١)

، ∵ أو = ١/٢ ب جـ ∴ ءهـ = أو (٢)

من ١ ، ٢ ∴ الشكل أءهـ و متوازى أضلاع

---

(٦) فى الشكل المقابل أب جـ ء متوازى أضلاع
، أب = أو اثبت أن وهـ = هـ جـ



∵ أ ب جـ ء متوازى أضلاع

∴ أء // ب جـ

، ∵ هـ ∈ أء ∴ أهـ // ب جـ

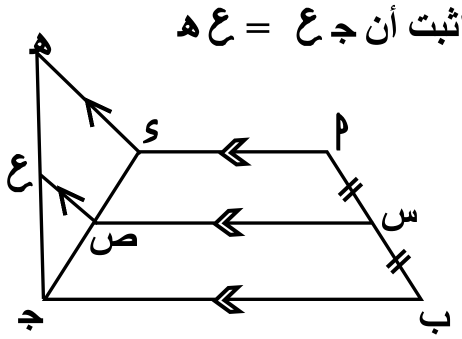
فى Δ و ب جـ

∵ أهـ مرسوم من منتصف ب و

∵ أهـ // ب جـ

∴ أهـ ينصف و جـ

(٧) فى الشكل المقابل س منتصف أب
أ ء // س ص // ب جـ ، ص ع // ء هـ
اثبت أن جـ ع = ع هـ



∵ أ ء // س ص // ب جـ

، أ ب قاطع لهم

∵ أ س = س ب

∵ ء جـ قاطع لهم أيضاً

∴ ء ص = ص جـ

فى Δ ء جـ هـ

∵ ص ع مرسوم من منتصف جـ ء

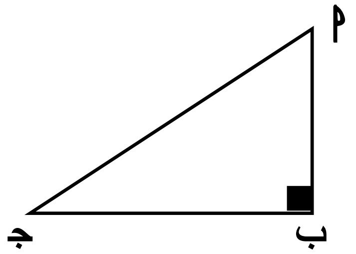
∵ ص ع // ء هـ

∴ ص ع ينصف جـ هـ

∴ جـ ع = ع هـ

نظرية فيثاغورث

نظرية فيثاغورث في المثلث القائم الزاوية مساحة المربع المنشأ على الوتر يساوى مجموع مساحتى المربعين المنشأين على ضلعى القائمة



فى Δ أ ب ج القائم فى ب

(أ ج)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب ج)^{٢}

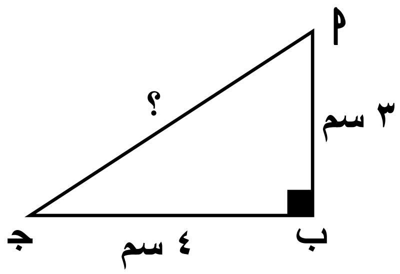
(أ ب)^{٢} = (أ ج)^{٢} - (ب ج)^{٢}

(ب ج)^{٢} = (أ ج)^{٢} - (أ ب)^{٢}

تدريبات

أوجد طول الضلع المجهول فى كل مما يأتى

(١)



فى Δ أ ب ج القائم فى ب

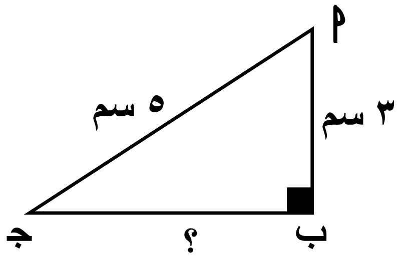
(أ ج)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب ج)^{٢}

(أ ج)^{٢} = (٣)^{٢} + (٤)^{٢}

(أ ج)^{٢} = ٩ + ١٦ = ٢٥

أ ج = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ سم

(٢)



فى Δ أ ب ج القائم فى ب

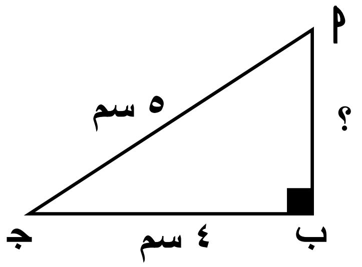
(ب ج)^{٢} = (أ ج)^{٢} - (أ ب)^{٢}

(ب ج)^{٢} = (٥)^{٢} - (٣)^{٢}

(ب ج)^{٢} = ٢٥ - ٩ = ١٦

ب ج = $\sqrt{١٦}$ = ٤ سم

(٣)



فى Δ أ ب ج القائم فى ب

(أ ب)^{٢} = (أ ج)^{٢} - (ب ج)^{٢}

(أ ب)^{٢} = (٥)^{٢} - (٤)^{٢}

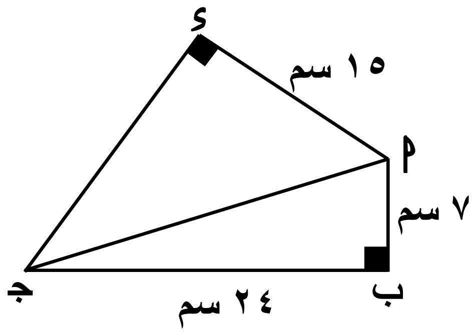
(أ ب)^{٢} = ٢٥ - ١٦ = ٩

أ ب = $\sqrt{٩}$ = ٣ سم

(٤) فى الشكل المقابل ؟ب جـ ء شكل رباعى فيه ق (∠ب) = ق (∠ء) = ٩٠°

؟ب = ٧ سم ، ب جـ = ٢٤ سم ، ؟ء = ١٥ سم

أوجد طول كل من ؟جـ ، جـ ء



فى Δ ؟ب جـ القائم فى ب

(؟جـ)^٢ = (؟ب)^٢ + (ب جـ)^٢

(؟جـ)^٢ = (٧)^٢ + (٢٤)^٢

(؟جـ)^٢ = ٤٩ + ٥٧٦ = ٦٢٥

؟جـ = √٦٢٥ = ٢٥ سم ١

فى Δ ؟ء جـ القائم فى ء

(جـ ء)^٢ = (؟جـ)^٢ - (؟ء)^٢

(جـ ء)^٢ = (٢٥)^٢ - (١٥)^٢

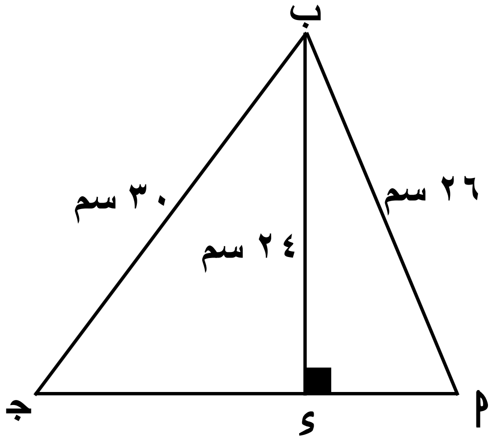
(جـ ء)^٢ = ٦٢٥ - ٢٢٥ = ٤٠٠

جـ ء = √٤٠٠ = ٢٠ سم ٢

(٥) فى الشكل المقابل ب ء ⊥ ؟جـ

؟ب = ٢٦ سم ، ب جـ = ٣٠ سم ، ب ء = ٢٤ سم

أوجد طول ؟جـ و مساحة المثلث ؟ب جـ



فى Δ ؟ء ب القائم فى ء

(؟ء)^٢ = (؟ب)^٢ - (ب ء)^٢

(؟ء)^٢ = (٢٦)^٢ - (٢٤)^٢

(؟ء)^٢ = ٦٧٦ - ٥٧٦ = ١٠٠

؟ء = √١٠٠ = ١٠ سم $\boxed{١}$

فى Δ ب ء جـ القائم فى ء

(جـ ء)^٢ = (ب جـ)^٢ - (ب ء)^٢

(جـ ء)^٢ = (٣٠)^٢ - (٢٤)^٢

(جـ ء)^٢ = ٩٠٠ - ٥٧٦ = ٣٢٤

جـ ء = √٣٢٤ = ١٨ سم $\boxed{٢}$

من ١ ، ٢ ؟جـ = ١٨ + ١٠ = ٢٨ سم

مساحة Δ ؟ب جـ = ١/٢ طول القاعدة × الإرتفاع

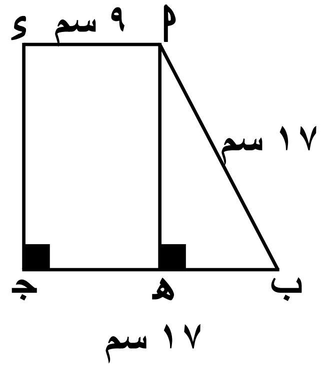
مساحة Δ ؟ب جـ = ١/٢ × ؟جـ × ب ء

مساحة Δ ؟ب جـ = ١/٢ × ٢٨ × ٢٤ = ٣٣٦ سم^٢

(٦) فى الشكل المقابل م هـ جـ ء مستطيل

م ب = ب جـ = ١٧ سم ، م ء = ٩ سم

أوجد طول $\overline{\text{ءجـ}}$ و مساحة شبه المنحرف م ب جـ ء



∵ الشكل م هـ جـ ء مستطيل ∴ هـ جـ = م ء = ٩ سم

∵ ب جـ = ١٧ سم ∴ ب هـ = ١٧ - ٩ = ٨ سم

فى Δ م هـ ب القائم فى هـ

(م هـ)^{2} = (م ب)^{2} - (ب هـ)^{2}

(م هـ)^{2} = (١٧)^{2} - (٨)^{2}

(م هـ)^{2} = ٢٨٩ - ٦٤ = ٢٢٥

م هـ = $\sqrt{٢٢٥}$ = ١٥ سم

∵ الشكل م هـ جـ ء مستطيل ∴ ء جـ = م هـ = ١٥ سم

مساحة Δ م ب هـ = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الإرتفاع

مساحة Δ م ب هـ = $\frac{1}{2}$ × ب هـ × م هـ

مساحة Δ م ب هـ = $\frac{1}{2}$ × ٨ × ١٥ = ٦٠ سم^{2}

مساحة المستطيل م هـ جـ ء = الطول × العرض

= ١٥ × ٩ = ١٣٥ سم^{2}

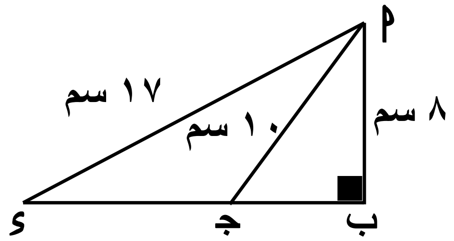
مساحة شبه المنحرف م ب جـ ء

= ٦٠ + ١٣٥ = ١٩٥ سم^{2}

(٧) فى الشكل المقابل $\overline{\text{م ب}}$ ⊥ $\overline{\text{ب ء}}$

م ب = ٨ سم ، م جـ = ١٠ سم ، م ء = ١٧ سم

أوجد طول $\overline{\text{جـ ء}}$



فى Δ م ب ء القائم فى ب

(ب ء)^{2} = (م ء)^{2} - (م ب)^{2}

(ب ء)^{2} = (١٧)^{2} - (٨)^{2}

(ب ء)^{2} = ٢٨٩ - ٦٤ = ٢٢٥

ب ء = $\sqrt{٢٢٥}$ = ١٥ سم $\boxed{١}$

فى Δ م ب جـ القائم فى ب

(ب جـ)^{2} = (م جـ)^{2} - (م ب)^{2}

(ب جـ)^{2} = (١٠)^{2} - (٨)^{2}

(ب جـ)^{2} = ١٠٠ - ٦٤ = ٣٦

ب جـ = $\sqrt{٣٦}$ = ٦ سم $\boxed{٢}$

من ١ ، ٢

∴ جـ ء = ١٥ - ٦ = ٩ سم

التحويلات الهندسية

الانعكاس

التحويلة الهندسية تحول كل نقطة أ فى المستوى إلى نقطة أَ فى نفس المستوى

الإنعكاس هو تحويلة هندسية تحول أى شكل هندسى إلى شكل هندسى مطابق له

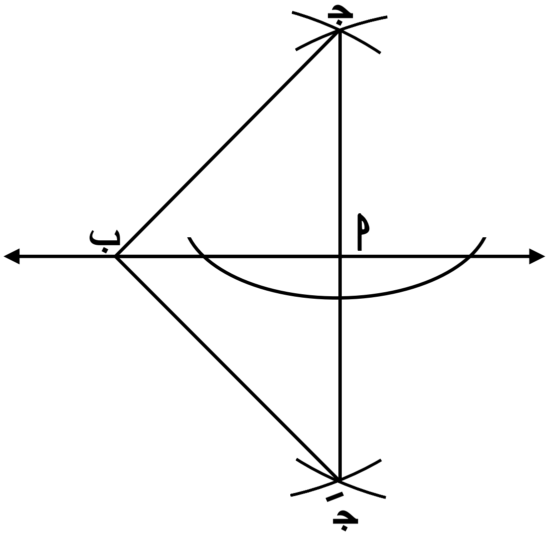
خواص الإنعكاس فى مستقيم

١- يحافظ على أطوال القطع المستقيمة
٢- يحافظ على قياسات الزوايا
٣- يحافظ على التوازى
٤- يحافظ على البينية
٥- لا يحافظ على الترتيب الدورانى لرؤوس الشكل

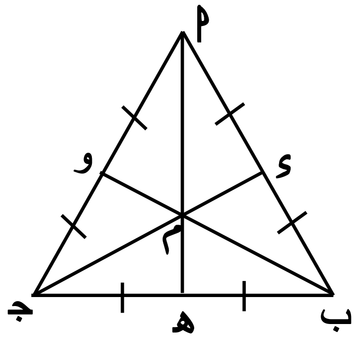
الشكل	عدد المحاور	الشكل	عدد المحاور
المربع	٤	Δ متساوى الساقين	١
المستطيل	٢	Δ متساوى الأضلاع	٣
المعين	٢	Δ مختلف الأضلاع	صفر
متوازي الأضلاع	صفر	الدائرة	عدد لا نهائي

الإنعكاس فى مستقيم

ارسم المثلث أب جـ فيه
أب = ٣ سم ، ب جـ = ٥ سم ، أجـ = ٤ سم
ثم ارسم صورته بالانعكاس فى أب



Δ أب جـ متساوى الأضلاع
ء ،هـ ، و منتصفات أب ،ب جـ ،أجـ على الترتيب



أكمل ما يأتى

(١) محاور تماثل Δ أ ب جـ هى أهـ، بو ، جـ ء
(٢) أب صورة أجـ بالانعكاس فى أهـ
(٣) صورة أو بالانعكاس فى بو هى جـو
(٤) صورة أم بالانعكاس فى بو هى جـ م
(٥) صورة ب م بالانعكاس فى بو هى ب م
(٦) صورة Δ أم ء بالانعكاس فى أهـ هىΔ أ م و
(٦) صورة Δ أم ب بالانعكاس فى أهـ هىΔ أ م جـ
(٦) صورة Δ أجـهـ بالانعكاس فى أهـ هىΔ أ ب هـ

الانعكاس فى المستوى الإحداثي

(١)الانعكاس فى محور س يحول
أ (س، ص) إلى أَ (س ، − ص)

(٢)الإنعكاس فى محور ص يحول
أ (س، ص) إلى أَ (− س ، ص)

(٢)الإنعكاس فى نقطة الأصل يحول
أ (س، ص) إلى أَ (− س ، − ص)

تدريبات

<u>أكمل ما يأتى</u>

(١) صورة النقطة (٢، ٥) بالانعكاس فى محور السينات هى <u>(٢ ، − ٥)</u>

(٢) صورة النقطة (٢، ٥) بالانعكاس فى محور الصادات هى <u>(− ٢ ، ٥)</u>

(٣) النقطة (٢، ٣) هى صورة النقطة (٢، − ٣) بالانعكاس فى محور <u>السينات</u>

(٤) صورة النقطة (− ١، − ٧) بالانعكاس فى محور السينات هى <u>(− ١، ٧)</u>

(٥) صورة النقطة (− ٤، − ٩) بالانعكاس فى محور الصادات هى <u>(٤ ، − ٩)</u>

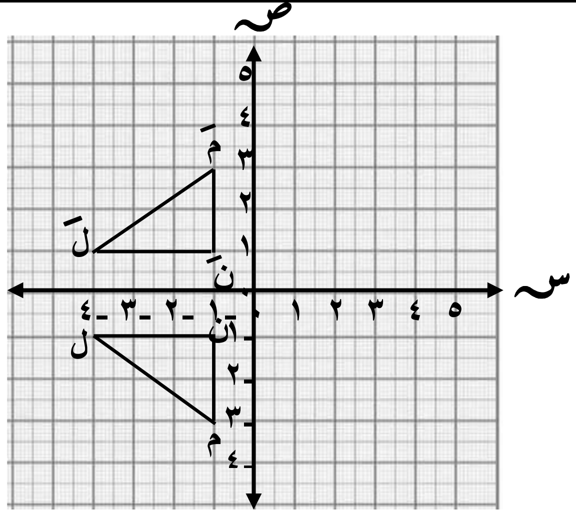
(٦) النقطة (٠، ٣) هى صورة النقطة (٠، ٣) بالانعكاس فى محور <u>الصادات</u>

(٧) صورة النقطة (٢، ٥) بالانعكاس فى نقطة الأصل هى <u>(− ٢ ، − ٥)</u>

ارسم Δ ل م ن حيث ل(− ٤، − ١)، م(− ١، − ٣)، ن(− ١، − ١)
ثم ارسم صورته بالانعكاس فى محور السينات و محور الصادات

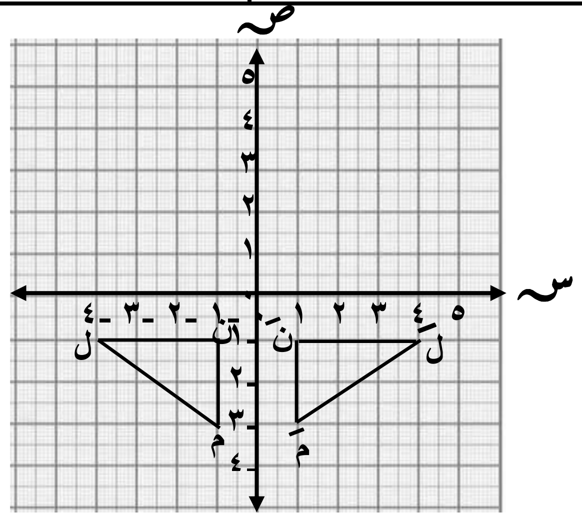
صورة Δ ل م ن بالانعكاس فى محور السينات
(س، ص) ⟵ (س ، − ص)

ل (− ٤، − ١)	لَ (− ٤، ١)
م (− ١، − ٣)	مَ (− ١، ٣)
ن (− ١، − ١)	نَ (− ١ ، ١)



صورة Δ ل م ن بالانعكاس فى محور الصادات
(س، ص) ⟵ (− س ، ص)

ل (− ٤، − ١)	لً (٤، − ١)
م (− ١، − ٣)	مً (١، − ٣)
ن (− ١، − ١)	نً (١ ، − ١)



الانتقال

الانتقال هو تحويلة هندسية تحول كل نقطة فى المستوى مسافة ثابتة فى اتجاه معين

يتم تحديد الانتقال بمعرفة

١- مقدار الانتقال ٢- اتجاه الانتقال

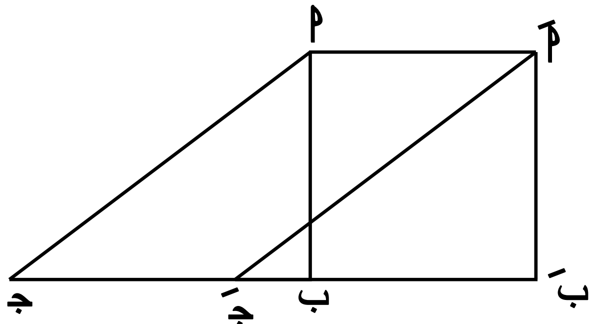
خواص الانتقال

١- يحافظ على أطوال القطع المستقيمة
٢- يحافظ على قياسات الزوايا
٣- يحافظ على التوازى
٤- يحافظ على البينية
٥- يحافظ على الترتيب الدورانى لرؤوس الشكل

ارسم المثلث أ ب جـ فيه

أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم ، أ جـ = ٥ سم

ثم ارسم صورته بانتقال ٣ سم فى اتجاه $\overleftarrow{جـ ب}$



الانتقال فى المستوى الإحداثي

ملاحظات هامة

أ + ن = أَ	أَ − ن = أ	أَ − أ = ن
الأصل + الانتقال = الصورة	الصورة − الانتقال = الأصل	الصورة − الأصل = الانتقال

أكمل ما يأتى

(١) صورة النقطة (٢ ، ٣) بانتقال(٤ ، ٥) هى ....

(٢ ، ٣)
\+
(٤ ، ٥)
(٦ ، ٨)

****

(٢) صورة النقطة (٢ ، ٣) بانتقال(٠ ، ٤) هى ....

(٢ ، ٣)
\+
(٠ ، ٤)
(٢ ، ٧)

****

(٣) صورة النقطة (٥ ، ٩) بانتقال (س+٢ ، ص–٣) هى ....

(٥ ، ٩)
\+
(٢ ، –٣)
(٧ ، ٦)

****

(٤) صورة النقطة (٣ ، ٥) بانتقال (س ، ص–١) هى ....

(٣ ، ٥)
\+
(٠ ، –١)
(٣ ، ٤)

(٥) صورة النقطة (٢ ، ـ١) بانتقال٣ وحدات فى الاتجاه الموجب لمحور السينات هى ....

(٢ ، ـ١)
+
(٣ ، ٠)
(٥ ، ـ١)

****

(٦) صورة النقطة (ـ٣ ، ٤) بانتقال٤ وحدات فى الاتجاه السالب لمحور الصادات هى ....

(ـ٣ ، ٤)
+
(٠ ، ـ٤)
(ـ٣ ، ٠)

****

(٧) صورة النقطة (...،...) بانتقال (س–٣ ، ص+٤) هى (ـ٥ ، ١١)

الصورة
–
الانتقال
الأصل

(ـ٥ ، ١١)
–
(ـ٣ ، ٤)
(ـ٢ ، ٧)

****

(٨) صورة النقطة (١ ، ـ٣) بانتقال (...،...) هى (١ ، ٠)

الصورة
–
الأصل
الانتقال

(١ ، ٠)
–
(١ ، ـ٣)
(٠ ، ٣)

****

(٩) إذا كانت النقطة ل (ـ٣ ، ٥) هى صورة النقطة م بانتقال (٢ ، ـ١) فإن م هى ....

الصورة
–
الانتقال
الأصل

(ـ٣ ، ٥)
–
(٢ ، ـ١)
(ـ٥ ، ٦)

****

(١٠) صورة النقطة (٥، ٦) بانتقال مسافة أب فى اتجاه أب حيث أ (٣، ٤) ، ب(٧، ٢) هى ....

أولاً حساب الانتقال من أ إلى ب = ب - أ

الصورة
–
الأصل
الانتقال

(٧، ٢)
–
(٣، ٤)
(٤، ـ٢)

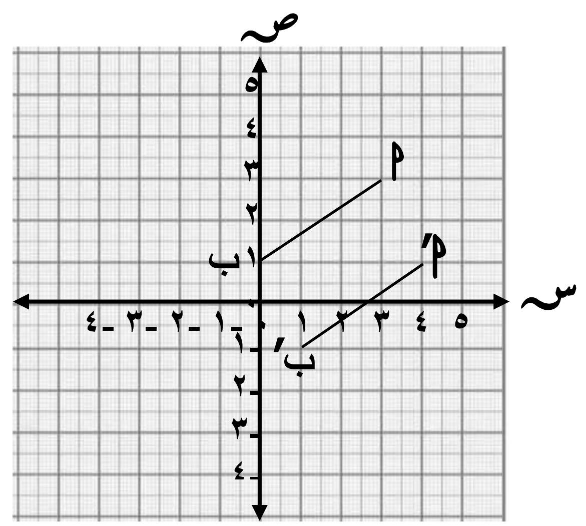
ثانياً
حساب صورة النقطة (٥، ٦) بانتقال (٤، ـ٢)

(٥، ٦)
+
(٤، ـ٢)
(٩ ، ٤)

في مستوى إحداثى متعامد ارسم $\overline{أب}$ حيث
أ (٣ ، ٣)، ب (٠ ، ١)ثم ارسم صورتها بالانتقال (س+١، ص−٢)

الانتقال (س+١، ص−٢)

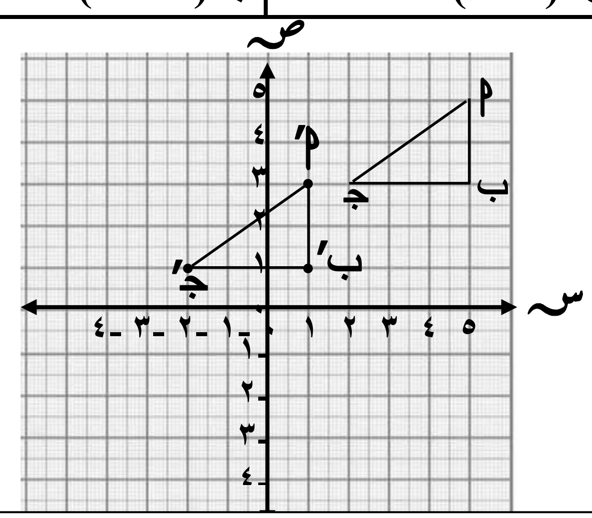
أ (٣،٣)	أَ (٤، ١)
ب (٠، ١)	بَ (١، −١)



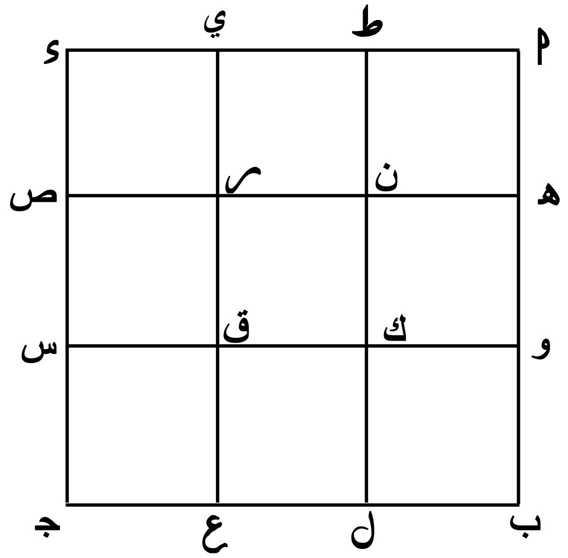
في مستوى إحداثى متعامد حدد مواضع النقاط أ (٥ ، ٥)، ب (٥ ، ٣)،ج (٢ ، ٣) ، ثم ارسم صورة المثلث بالانتقال (−٤، −٢)

الانتقال (−٤، −٢)

أ (٥،٥)	أَ (١، ٣)
ب (٥، ٣)	بَ (١، ١)
ج (٢، ٣)	جَ (−٢، ١)



في الشكل المقابل
مربعات متطابقة طول ضلع كل منه ٣سم
أكمل ما يأتى



(١) صورة $\overline{أهـ}$ بانتقال مسافة ٢ سم في اتجاه $\overleftarrow{دج}$ هى $\overline{هو}$

(٢) صورة $\overline{نم}$ بانتقال مسافة ٤ سم في اتجاه $\overleftarrow{دج}$ هى $\overline{عل}$

(٣) صورة $\overline{بو}$ بانتقال مسافة ٤ سم في اتجاه $\overleftarrow{لك}$ هى $\overline{هأ}$

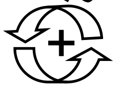
(٤) صورة المربع ع ق س ج بانتقال مسافة ٤ سم في اتجاه $\overleftarrow{لك}$ هى المربع م ي د ص

(٥) صورة المستطيل ط ن ص د بانتقال مسافة ٤ سم في اتجاه $\overleftarrow{مق}$ هى المربع ك ل ج س

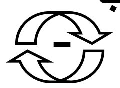
الدوران

<u>يتم تحديد الدوران بمعرفة</u>
١- مركز الدوران ٢- زاوية الدوران
٣- اتجاه الدوران

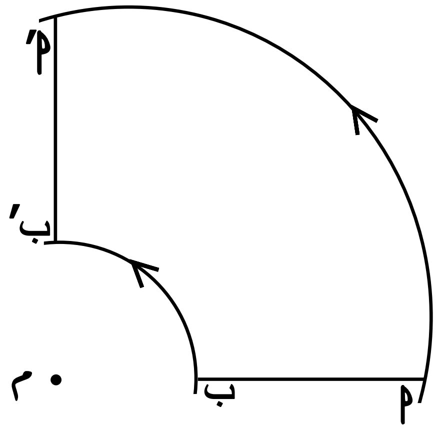
يكون الدوران موجباً إذا كان عكس حركة عقارب الساعة



يكون الدوران سالباً إذا كان مع حركة عقارب الساعة



ارسم أ'ب' صورة أب بالدوران د (م ، ٩٠°)



<u>خواص الدوران</u>
١- يحافظ على أطوال القطع المستقيمة
٢- يحافظ على قياسات الزوايا
٣- يحافظ على التوازى
٤- يحافظ على البينية
٥- يحافظ على الترتيب الدورانى لرؤوس الشكل

الدوران فى المستوى الإحداثي

(١) الدوران ± ٣٦٠° يسمى دوران محايد (دورة كاملة)

(٢) الدوران ± ١٨٠° يسمى دوران نصف دورة و يكافىء الانعكاس فى نقطة الأصل

(٣) الدوران ± ٩٠° يسمى دوران ربع دورة

(٤) صورة النقطة (س ، ص) بدوران ٩٠° أو -٢٧٠° حول نقطة الأصل هى (-ص، س)

(٥) صورة النقطة (س ، ص) بدوران -٩٠° أو ٢٧٠° حول نقطة الأصل هى (ص، - س)

(٦) صورة النقطة (س ، ص) بدوران ± ١٨٠° حول نقطة الأصل هى (- س ، - ص)

(٧) صورة النقطة (س ، ص) بدوران ± ٣٦٠° حول نقطة الأصل هى (س ، ص)

تدريبات

<u>أكمل ما يأتى</u>
(١) صورة النقطة (٢، ٥) بدوران ٩٠° أو -٢٧٠° حول نقطة الأصل هى (-٥، ٢)

(٢) صورة النقطة (٢، ٥) بدوران -٩٠° أو ٢٧٠° حول نقطة الأصل هى (٥، - ٢)

(٣) صورة النقطة (٢، ٥) بدوران ± ١٨٠° حول نقطة الأصل هى (- ٢ ، - ٥)

(٤) صورة النقطة (٢، ٥) بدوران ± ٣٦٠° حول نقطة الأصل هى (٢، ٥)

(٥) صورة النقطة (- ٣ ، - ٦) بدوران
٩٠° أو - ٢٧٠°حول نقطة الأصل هى (٦،- ٣)

(٦) صورة النقطة (- ٣ ، - ٦) بدوران
- ٩٠° أو ٢٧٠°حول نقطة الأصل هى (- ٦، ٣)

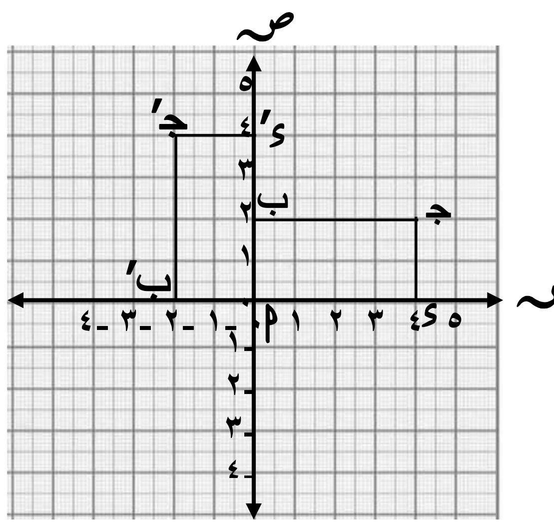
(٧) صورة النقطة (- ٣ ، - ٦) بدوران
± ١٨٠° حول نقطة الأصل هى (٣ ، ٦)

(٨) صورة النقطة (- ٣ ، - ٦) بدوران
± ٣٦٠°حول نقطة الأصل هى (- ٣،- ٦)

ارسم المستطيل مبجء حيث م (٠ ، ٠) ،ب (٠ ، ٢) ،جـ (٤ ، ٢) ، ء (٤ ، ٠) ثم ارسم ٣ صور للمستطيل بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها ٩٠° ، ١٨٠°

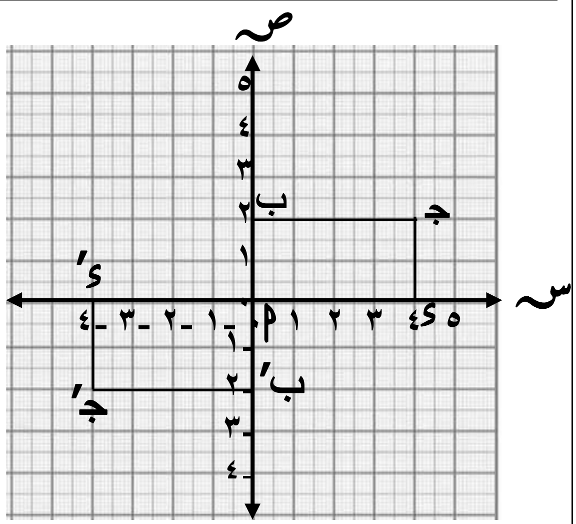
دوران ٩٠° (س ، ص) ⟵ (-ص، س)

م (٠ ، ٠)	مَ (٠ ، ٠)
ب (٠ ، ٢)	بَ (-٢ ، ٠)
جـ (٤ ، ٢)	جـَ (-٢ ، ٤)
ء (٤ ، ٠)	ءَ (٠ ، ٤)

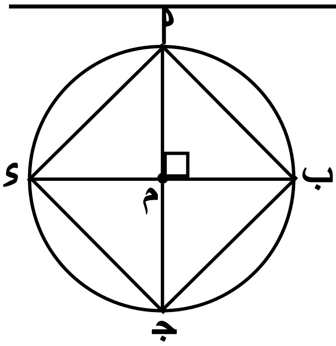


دوران ١٨٠° (س ، ص) ⟵ (- س ، - ص)

م (٠ ، ٠)	مَ (٠ ، ٠)
ب (٠ ، ٢)	بَ (٠ ، - ٢)
جـ (٤ ، ٢)	جـَ (- ٤ ، - ٢)
ء (٤ ، ٠)	ءَ (- ٤ ، ٠)



فى الشكل المقابل دائرة م طول نصف قطرها ٣ سم
$\overline{\text{مجـ}}$ ، $\overline{\text{بء}}$ قطران متعامدان
. أكمل ما يأتى



(١) بالدوران د (م ، ٩٠°)

(أ) صورة $\overline{\text{مب}}$ هى $\overline{\text{ءم}}$
(ب) صورة Δ مب م هى Δ ءم م

(٢) بالدوران د (م ، - ٩٠°)

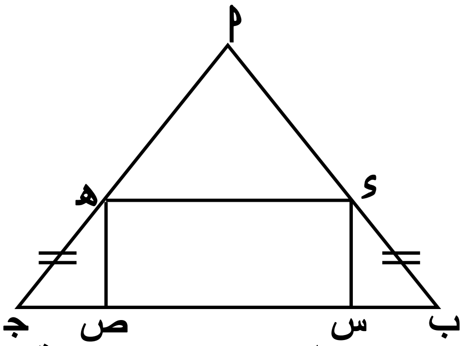
(أ) صورة $\overline{\text{مب}}$ هى $\overline{\text{بجـ}}$
(ب) صورة Δ مب م هى Δ بجـ م

(١) بالدوران د (م ، ١٨٠°)

(أ) صورة $\overline{\text{مب}}$ هى $\overline{\text{جـء}}$
(ب) صورة Δ مب م هى Δ جـء م

تدريبات هامة للمتفوقين

(١) فى الشكل المقابل هـ جـ = ء ب
، ء س ص هـ مستطيل
اثبت أن ق(∠ أ ء هـ) = ق(∠ أ هـ ء)



∵ ء س ص هـ مستطيل ∴ جميع زواياه قوائم (١)
، ء س = هـ ص
∵ س ∈ $\overline{\text{ب جـ}}$
∴ ق(∠ء س ب) = ١٨٠° − ٩٠° = ٩٠°
∵ ص ∈ $\overline{\text{ب جـ}}$
∴ ق(∠هـ ص جـ) = ١٨٠° − ٩٠° = ٩٠°

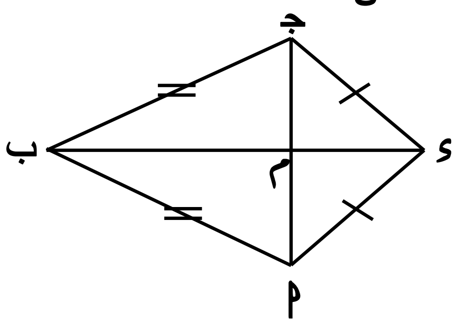
فى Δ ء س ب، Δ هـ ص جـ

فيهما
ء س = هـ ص
ء ب = هـ جـ
ق(∠ء س ب) = (∠هـ ص جـ) = ٩٠°

∴ يتطابق المثلثان و ينتج أن
ق(∠ب ء س) = ق(∠جـ هـ ص) (٢)

∵ ء ∈ $\overline{\text{أ ب}}$
∴ ق(ب ء̂ س)+ق(س ء̂ هـ)+ق(هـ ء̂ أ) = ١٨٠° (٣)
∵ هـ ∈ $\overline{\text{أ جـ}}$
∴ ق(جـ هـ̂ ص)+ق(ص هـ̂ ء)+ق(ء هـ̂ أ) = ١٨٠° (٤)
من ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤
∴ ق(∠ أ ء هـ) = ق(∠ أ هـ ء)

(٢) فى الشكل المقابل أ ء = جـ ء
، أ ب = ب جـ
اثبت أن $\overleftarrow{\text{ب ء}}$ ينصف (∠ أ ء جـ)
، $\overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overline{\text{ء ب}}$ متعامدان



فى Δ أ ء ب ، Δ جـ ء ب

فيهما
أ ء = جـ ء
أ ب = ب جـ
ء ب ضلع مشترك

∴ يتطابق المثلثان و ينتج أن
ق(∠ أ ء م) = ق(∠ جـ ء م)
∴ $\overleftarrow{\text{ب ء}}$ ينصف (∠ أ ء جـ)

فى Δ أ ء م، Δ جـ ء م

فيهما
أ ء = جـ ء
ء م ضلع مشترك
ق(∠ أ ء م) = ق(∠ جـ ء م)

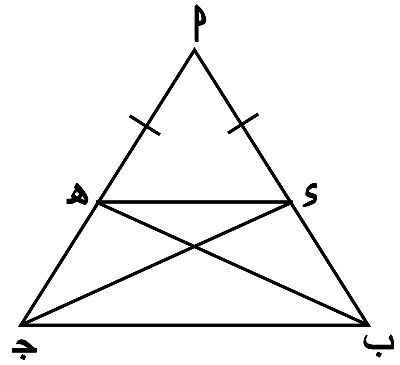
∴ يتطابق المثلثان و ينتج أن
ق(∠ أ م ء) = ق(∠ جـ م ء)

∵ م ∈ $\overline{\text{أ جـ}}$
∴ ق(∠ أ م ء) + ق(∠ جـ م ء) = ١٨٠°
∴ ق(∠ أ م ء) = ق(∠ جـ م ء) = ٩٠°
∴ $\overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overline{\text{ء ب}}$ متعامدان

(٣) فى الشكل المقابل ﻫ = ﻫ

، ق(∠ ﻫ جـ) = ق(∠ ﻫ ﻫ ب)

اثبت أن ب ﻫ = جـ ﻫ ، ب ﻫ = جـ ﻫ



فى Δ ﻫ ﻫ جـ ، Δ ﻫ ﻫ ب

فيهما { (∠ ﻫ) مشتركة
ق(∠ ﻫ ﻫ جـ) = ق(∠ ﻫ ﻫ ب)
ﻫ ﻫ = ﻫ ﻫ }

∴ يتطابق المثلثان و ينتج أن ب ﻫ = جـ ﻫ

و ينتج أن ﻫ ب = ﻫ جـ $\boxed{١}$

، ∵ ﻫ ﻫ = ﻫ ﻫ $\boxed{٢}$

بطرح ٢ من ١

∴ ب ﻫ = جـ ﻫ